



TOPG: Topologie générale

Contrôle n°2 (Durée : 30 min)

Questions de cours : Dans le cadre des espaces topologiques :

1) Donner la définition de la continuité en un point.

2) Montrer que l'intérieur d'une partie est le plus grand ouvert contenu dans cette partie.

Répondre à la question suivante sans justification.

Dans \mathbb{R}^2 muni de la norme euclidienne : Donner l'adhérence des sous-ensembles suivants :

$$A = \left\{ \left(\frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}, \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2}} \right); p, q \in \mathbb{Z} \text{ et } p^2 + q^2 \neq 0 \right\}$$

$$B = \left\{ \left(x, \cos \left(\frac{1}{x} \right) \right); x > 0 \right\}$$

Répondre par *VRAI* ou *FAUX* sans justification.
(Bonne réponse : 1/2 pt, mauvaise réponse : -1/4 pt)

1) Si (X, d) est un espace métrique et A une partie de X ,
alors la fonction $x \in X \mapsto d(x, A)$ est Lipschitzienne. Vrai – Faux

2) Sur \mathbb{R}_+ les deux distances $d(x, y) = |x - y|$ et $d'(x, y) = |x^2 - y^2|$
sont topologiquement équivalentes. Vrai – Faux

3) \mathbb{Z} et \mathbb{Q} muni de la distance usuel de \mathbb{R} sont homéomorphe. Vrai – Faux

4) Tout \mathbb{R} -espace vectoriel normé est séparable. Vrai – Faux