
Complément équations différentielles du premier ordre

Exercice 1

On considère les deux équations différentielles suivantes :

$$(a) -xz'(x) + 3z(x) = x^2, \quad (b) xy'(x) + 3y(x) = x^2y(x)^2.$$

- 1) Résoudre l'équation (a).
- 2) Rappeler la forme générale d'une équation de Bernoulli.
- 3) En déduire la solution de (b) en utilisant le changement de variable $z = \frac{1}{y}$.

Exercice 2

On considère l'équation différentielle suivante :

$$(*) \quad z'(x) - 2z(x) + 2x = 0.$$

- a) Résoudre l'équation homogène associée à (*).
- b) Trouver la solution générale de (*).
- c) Résoudre l'équation de Bernoulli suivante :

$$y'(x) + y(x) - xy(x)^3 = 0$$

avec condition initiale $y(0) = 1$, en précisant le domaine de définition de la solution.

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

$$(a) \quad xy'(x) = x + y(x).$$

$$(b) \quad y' - y^2 + 2e^x y = e^{2x} + e^x.$$