

Equations différentielles du premier ordre : exactes, à variables séparées, et homogènes.

Exercice 1

Déterminer pour les équations différentielles suivantes leur ordre, la fonction inconnue et la variable indépendante :

$$y''' - 5xy = e^x + 1, \quad t\dot{y} + t\dot{y} = t^2,$$

$$s^2 \frac{d^2t}{ds^2} + st \frac{dt}{ds} = s, \quad y \frac{d^2x}{dy^2} = y^2.$$

Exercice 2

Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la famille des courbes d'équation

$$y = \lambda_1 \cos(2x) + \lambda_2 \sin(2x).$$

Exercice 3

Déterminer si $y(x) = 2e^{-x} + xe^x$ est solution de l'équation différentielle

$$y'' + 2y' + y = 0.$$

Exercice 4

Calculer les primitives suivantes :

$$\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx, \quad \int \frac{1}{2 + \cos(x)} dx, \quad \int x^2 \sin(x) dx,$$

$$\int \frac{1}{2 + \cosh(x)} dx, \quad \int \sqrt{x^2 + 9} dx, \quad \int x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx.$$

Exercice 5

Résoudre les EDO suivantes :

1) $y' = \frac{e^x}{1+e^x},$

2) $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$

3) $y'e^{-\sin^2 x} = \sin(2x).$

Exercice 6

Résoudre les EDOs suivantes :

1) $y' = y^2,$

2) $y' = 1 + y^2,$

3) $y' = y - y^2.$

Exercice 7

Résoudre les EDOs suivantes :

1) $y' = 2x(y^2 + 9)$,

2) $x + yy' = 0$,

3) $y' = e^{x+y}$.

Exercice 8

Résoudre les EDO à variables séparées :

1) $\sqrt{1+x^2}y' - y = 0$,

2) $y' \sin x + y = 0$, (pour $x \notin \pi\mathbb{Z}$).

3) $y' - xy^2 = x$.

Exercice 9

Résoudre les EDO homogènes suivantes :

1) $y' = \frac{y+x}{x}$,

2) $y' = \frac{x^2+y^2}{xy}$,

3) $y' = \frac{2y^4+x^4}{xy^3}$.