

Modèles spatio-temporels pour des champs en mouvement

Application à des champs de hauteur significative de vagues

Valérie Monbet
P. Ailliot, A. Baxevani, A. Cuzol & N. Raillard

IRMAR

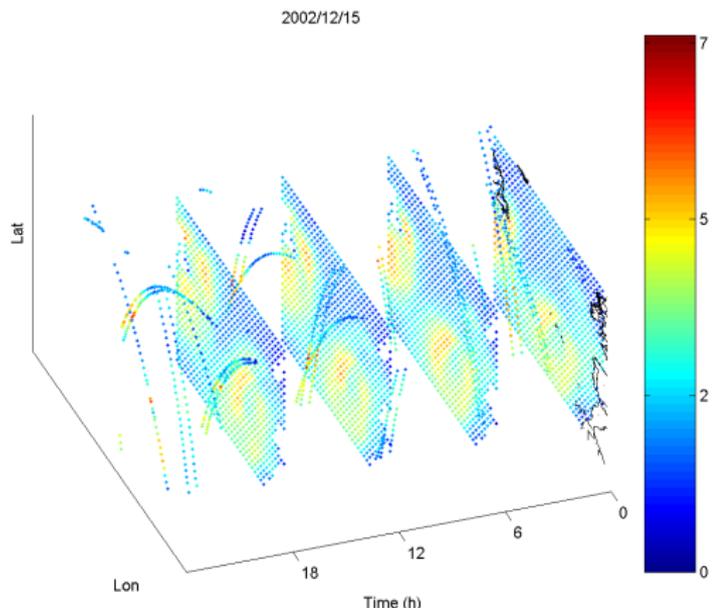
PREVASSEMBLE, 30 sept. 2011

Plan

- 1 Contexte et objectifs
- 2 Fonction de covariance
- 3 Estimation des champs de vitesse
- 4 Résultats numériques
- 5 Conclusion

Interpolation spatio-temporelle

Objectif : modéliser la loi du processus spatio-temporel H_s pour générer des climatologies ou des bouées virtuelles (ie prédire H_s en tout temps et tout point de l'océan.)



- **Altimètres** : données fiables mais très éparées
- **Ré-analyse** : données fiables seulement à l'échelle synoptique, échantillonnage régulier $\Delta x = 1.5^\circ$, $\Delta t = 6h$ ERA-Interim

Interpolation spatio-temporelle

- Prédire le H_s à la position de la boue K1 par interpolation optimale (krigeage).
- Prendre en compte le mouvement des structures grande échelle.

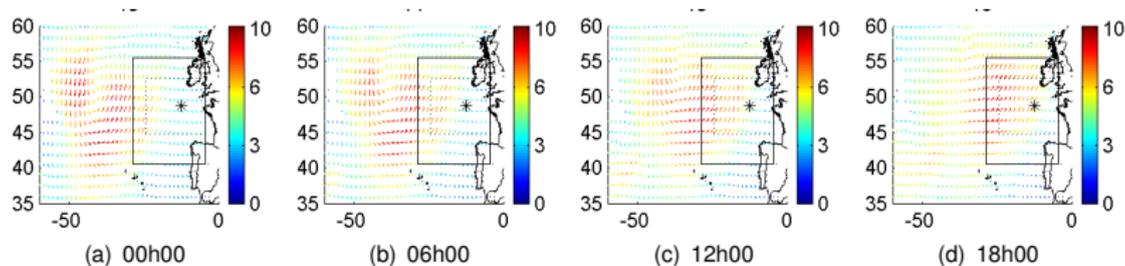
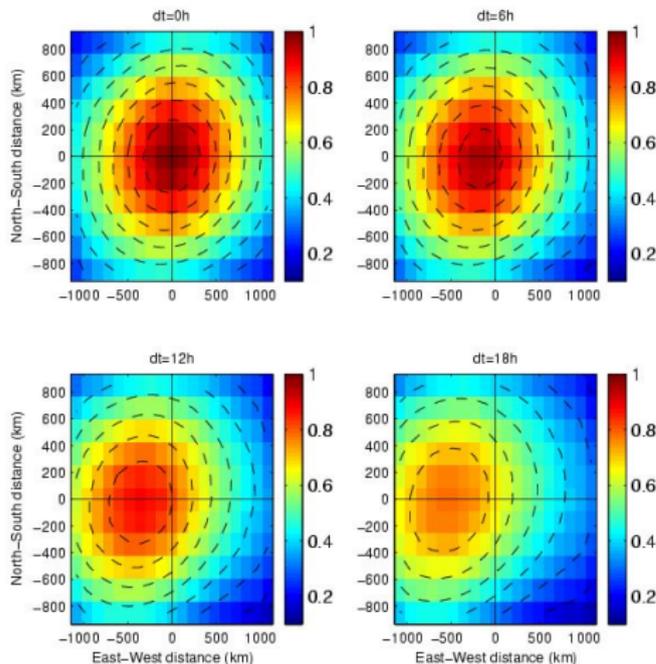


FIG.: Séquence de champs de hauteur significative des vagues - 4 déc. 2007

Plan

- 1 Contexte et objectifs
- 2 Fonction de covariance**
- 3 Estimation des champs de vitesse
- 4 Résultats numériques
- 5 Conclusion

Covariance empirique, données ERA Interim

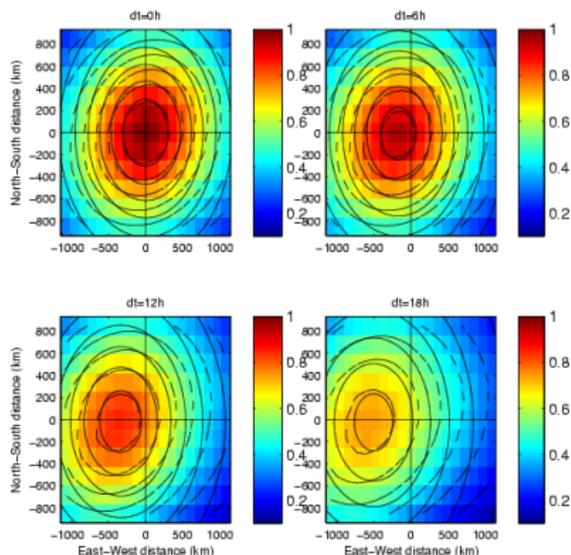


- Données centrées réduites (pour corriger la tendance spatiale)
- Hypothèse de stationnarité (mois de décembre)
- Modèle de covariance

$$\begin{aligned}
 &C(p - p', t - t') \\
 &= \text{Cov}(H_s(p, t), H_s(p', t')) \\
 &= \text{pépite} \\
 &+ \frac{C_0}{1 + \frac{d(p, p')^2}{\theta_S^2} + \frac{|t - t'|^2}{\theta_T^2}}
 \end{aligned}$$

Covariance empirique, données ERA Interim

Introduction d'une vitesse constante v_0
 (27.85 kmh^{-1} vers l'Est, 1.31 kmh^{-1} vers le Nord)



$$\begin{aligned}
 & \text{Cov}(H_S(p, t), H_S(p', t')) \\
 &= \text{Cov}(H_S(p - v_0 t, t), H_S(p' - v_0 t', t')) \\
 &= C(p - p' - v_0(t - t'), t - t')
 \end{aligned}$$

Plan

- 1 Contexte et objectifs
- 2 Fonction de covariance
- 3 Estimation des champs de vitesse**
- 4 Résultats numériques
- 5 Conclusion

Estimation des vitesses , données ERA-Interim

Les vitesses V ne sont pas directement observables : introduites sous la forme d'un processus caché dans un modèle à espace d'état.

- Hypothèse : conservation d'énergie (équation d'observation)

$$H_s(p, t) \simeq H_s(p - V(p, t)\Delta t, t - \Delta t)$$

+ idem pour période + direction

- Dynamique : modèle de mélange

- Houle, spectre bande troite : relation de dispersion
Vitesse de groupe appliquée dans la direction $\Theta_m(p, t)$:

$$C_g(p, t) = \frac{g}{4\pi} T_p(p, t) + \text{bruit}$$

- Superposition de plusieurs phénomènes (déplacements dà plusieurs systèmes de houles et au vent). Modèle statistique :

$$V(., t) = A * V(., t - \Delta t) + E(., t)$$

avec A un opérateur de lissage spatial (noyau gaussien), E un bruit blanc en temps, corrélé en espace.

- Estimation : filtre particulaire, donne ERA-Interim

Estimation : filtre particulaire

La vitesse V est approchée par la moyenne conditionnelle :

$$\tilde{V}(p, t) = E[V(p, t) | V(R, t - \Delta t), H_s(R, t), H_s(R, t - \Delta t), \dots, H_s(R, t_0)]$$

qui est estimée en utilisant un ensemble de particules pondérées $\{V^{(i)}, \omega^{(i)}\}$ tel que

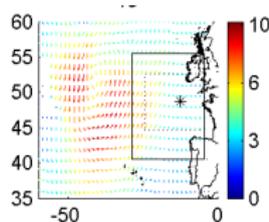
$$\tilde{V}(p, t) \approx \hat{V}(p, t) = \sum_{i=1}^M \omega_t^{(i)} V^{(i)}(p, t).$$

Filtre particulaire

- *Prediction* : $V^{(i)}(p, t)$ prédites par l'équation de la dynamique (mélange de la vitesse de groupe et du modèle AR).

- *Correction* : $\omega_t^{(i)}$ sont calculés :

$$\omega_t^{(i)} \propto \exp\left(-\|H_s(R, t) - H_s(R - V^{(i)}(R, t)\Delta t, t - \Delta t)\|_{\Sigma_{obs}}^2\right)$$



Champs de vitesse estimés

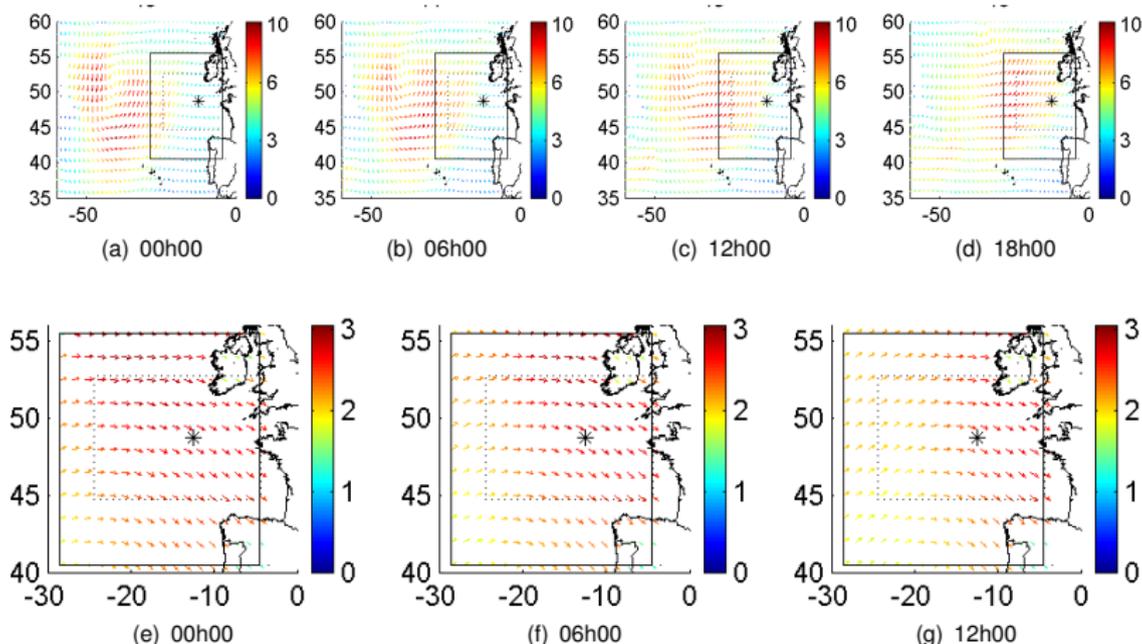


FIG.: Séquence de champs de hauteur significative des vagues et vitesses- 4 déc. 2007

Estimation de la structure spatio-temporelle du processus

- Les champs de vitesse V induisent un flot de difféomorphismes

$$\Phi_{t_0 \rightarrow t}(p) = h_s(t)$$

où h_s est solution maximale de

$$h_s(t_0) = p$$

$$\frac{dh_s}{dt}(t) = V(h_s(t), t)$$

On définit aussi le flot inverse tel que, si $q = \Phi_{t_0 \rightarrow t}(p)$

$$p = \Phi_{t \rightarrow t_0}(q)$$

- On généralise alors

$$\text{Cov}(H_s(p, t), H_s(p', t')) = C(p - p' - v_0(t - t'), t - t')$$

par

$$\text{Cov}(H_s(p, t), H_s(p', t')) = C(\Phi_{t \rightarrow t_0}(p) - \Phi_{t' \rightarrow t_0}(p'), t - t')$$

Sur les données de satellite

Validation des champs de vitesse pour les données satellite

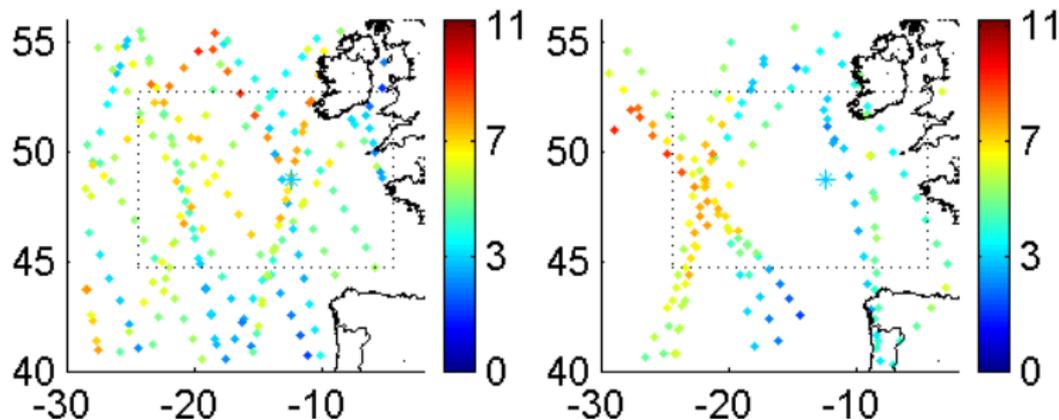


FIG.: Exemple de champs eulérien (gauche) et lagrangien (droite) - 4 déc. 2007 - 6h

Fonctions de covariances dans le repère Lagrangien

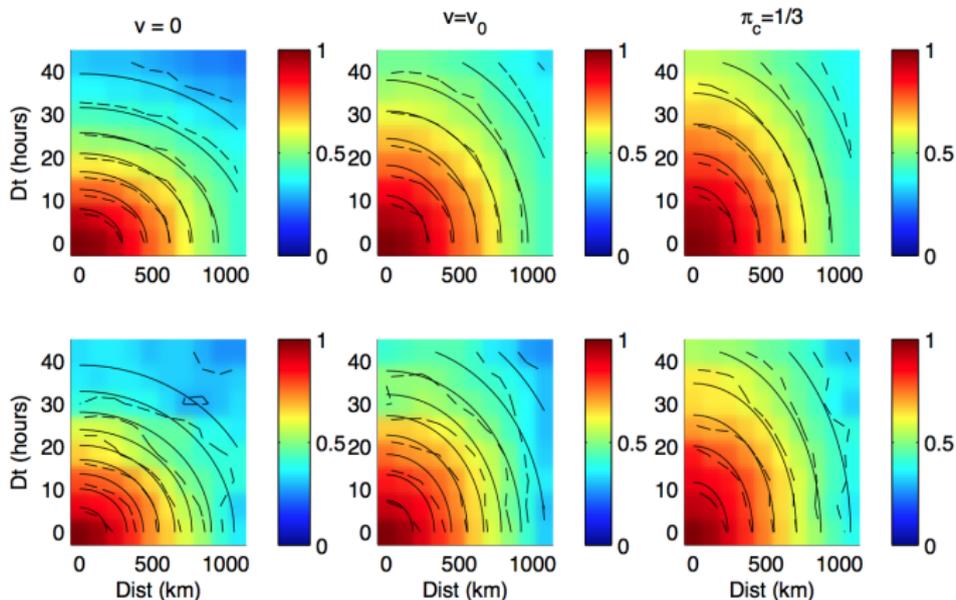
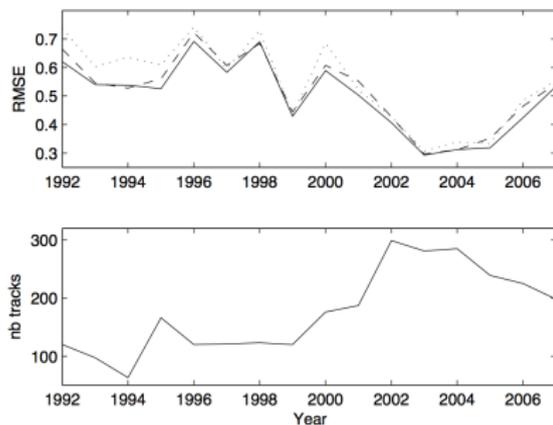


FIG.: Fonctions de covariance - ERA-Interim (haut), Altimètres (bas)

Plan

- 1 Contexte et objectifs
- 2 Fonction de covariance
- 3 Estimation des champs de vitesse
- 4 Résultats numériques**
- 5 Conclusion

Validation croisée - satellite

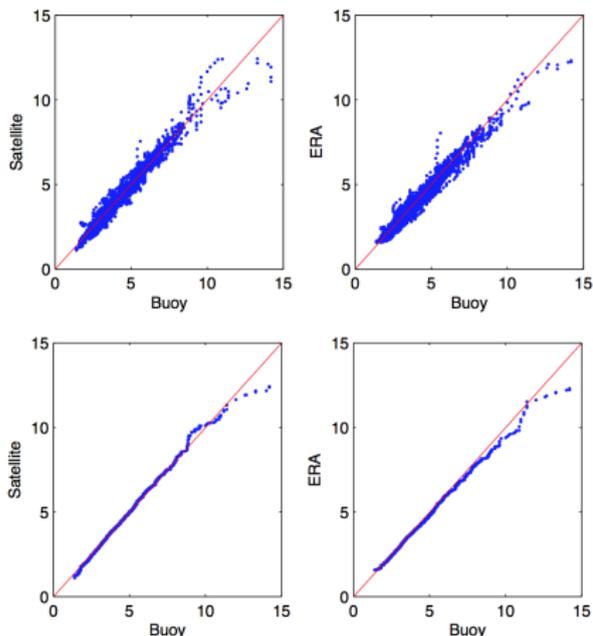


- La vitesse variable améliore les résultats de krigeage.
- Forte variabilité inter-annuelle.

Vitesse	Null	Cte	Variable
RMSE (m)	0.52	0.50	0.48

FIG.: Ligne pleine : vitesse variable, tirets : vitesse constante, pointill vitesse nulle

Comparaison avec la bouée K1



- La vitesse variable améliore sensiblement l'interpolation.
- Avec les données satellite, meilleure estimation des extrêmes qu'avec les données ERA.

Vitesse données	Nulle Sat.	Cte Sat.	Variable Sat.	Variable ERA
RMSE (m)	0.45	0.36	0.33	0.35

Plan

- 1 Contexte et objectifs
- 2 Fonction de covariance
- 3 Estimation des champs de vitesse
- 4 Résultats numériques
- 5 Conclusion**

Conclusion

- En résumé
 - On a proposé un modèle spatio-temporel pour des champs météorologiques en mouvement. L'idée principale est d'introduire la vitesse de déplacement des champs sous la forme d'un état caché puis de la prendre en compte dans le modèle de covariance.
 - On s'appuie sur la combinaison de plusieurs sources de données qui apportent de l'information à différentes échelles.
 - Le modèle est validé par validation croisée et par comparaison à des données de bouées. La prise en compte de données satellite conduit à une meilleure caractérisation des extrêmes que les données de re-analyse.
- Remarques
 - On pourrait utiliser ce modèle pour d'autres variables météorologiques, par exemple le vent (downscaling) ou des courants de surface (diffusion de polluant).
 - Estimation des paramètres du modèle ?

Ref : Environmetrics, 22(3), 2011.