

Les développements limités à connaître !

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + x^n \varepsilon(x)$$

Exemple. À l'ordre 3, $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + x^3 \varepsilon(x)$.

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n+1} \varepsilon(x)$$

Exemple. $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + x^5 \varepsilon(x)$ à l'ordre 5.

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + x^{2n+2} \varepsilon(x)$$

Exemple. $\sin x = x - \frac{x^3}{6} + x^4 \varepsilon(x)$ à l'ordre 4.

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + x^6 \varepsilon(x)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + x^n \varepsilon(x)$$

Exemple. À l'ordre 3, $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + x^3 \varepsilon(x)$.

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \cdots + (-1)^n x^n + x^n \varepsilon(x)$$

Exemple. $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^3 \varepsilon(x)$ à l'ordre 3.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + x^n \varepsilon(x)$$

Exemple. $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^2 \varepsilon(x)$ à l'ordre 2.

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + x^n \varepsilon(x)$$

Exemple. Pour $\alpha = \frac{1}{2}$, on obtient, à l'ordre 3, $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + x^3 \varepsilon(x)$.