

Préparation du devoir du 7 octobre

Le devoir durera une heure. Les questions données ci-dessous sont données à titre d'exemples. Les questions des devoirs du 7 octobre en seront proches mais ne seront pas exactement celles là.

Deux questions seront tirées des deux premières pages de la liste "Connaissances élémentaires"

<http://etudes.univ-rennes1.fr/licence-mathematiques/themes/L2/connaissances>

Question de cours

Une ou deux définition(s) parmi les suivantes sera(ont) demandée(s) :

- le produit scalaire dans \mathbb{R}^n ,
- ouvert de \mathbb{R}^n ,
- fermé de \mathbb{R}^n ,
- fonction majorée, minorée, bornée,
- fonction non majorée, non minorée, non bornée,
- minimum, maximum, local, globale d'une fonction à valeurs réelles,
- fonction continue en un point où elle est définie.

QCM

Une partie du devoir prendra la forme d'un QCM. Aucune justification de réponse n'est demandée dans un tel exercice.

- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$ est fermé. Oui/Non.
- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$ est compact. Oui/Non.

-

Exemples, contre-exemples

Il vous sera demandé de donner des exemples ou contre exemples.

- Une partie de \mathbb{R}^3 qui ne soit ni ouverte ni fermée.
- Une partie de \mathbb{R}^2 qui soit fermée mais pas compact.
- Une réunion de fermés qui ne soit pas fermée.

Dessins

Il faut savoir dessiner des domaines du plan définis par des contraintes simples.

- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$,
- L'ensemble $\{(x, y) / 0 \leq y < x^2\}$.

Exercice 1 Montrer *en utilisant la définition* que les ensembles suivants sont ouverts :

- (a) $] -1, 1[$,
- (b) $\{(x, y) / x^2 + y^2 > 1\}$.

Exercice 2 Donner les coordonnées polaires ou sphériques de deux ou trois points.

Exercice 3 Étudier la continuité en 0 des fonctions définies sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \frac{x^2 + xy - 2y^2}{x - y} \text{ si } (x, y) \neq 0, \quad 0 \text{ si } (x, y) = 0,$$

$$g(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2} \text{ si } (x, y) \neq 0, \quad 0 \text{ si } (x, y) = 0.$$