

Deuxième session

La notation tiendra le plus grand compte la qualité de la rédaction.

Exercice 1. À un entier naturel n on associe la somme

$$S(n) = \sum_{k=0}^n k^4.$$

Donner une expression de $S(n)$ comme polynôme en n . Vous pouvez vous inspirer de la méthode donnée dans le DS1 ou bien donner la formule et démontrer par récurrence qu'elle est valable pour tout n .

Exercice 2. Calculer les primitives suivantes

$$\int \frac{x}{2x^2 + x + 1} dx \quad \text{et} \quad \int \frac{1}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

Exercice 3. Calculer les intégrales suivantes (n est entier naturel)

$$\int_1^e x^n \ln(x) dx \quad \text{et} \quad \int_0^1 \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx.$$

Exercice 4. Calculer l'intégrale suivante

$$J(T) = \int_0^T x^2 e^{-x} dx.$$

Quelle est la nature de l'intégrale généralisée

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx ?$$

Donner sa valeur si elle est convergente.

Exercice 5. Etudier la convergence de l'intégrale généralisée suivante

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^2 + 1} dx.$$