

# Exercice 3 de la feuille 3. (P8)

$$\text{Max } x_1 + x_2 - 3x_3$$

$$\text{s.c. } x_1 + 2x_2 + x_4 = 3$$

$$x_1 + x_3 + 2x_4 = 5 \quad x_i \geq 0.$$

$$4x_1 + x_2 + x_5 + 2x_4 = 7$$

On commence par rechercher un sommet admissible du polyèdre des contraintes en appliquant l'algorithme du simplexe au problème

$$\text{Max } -x_5 - x_6 - x_7$$

$$\text{s.c. } x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$x_1 + x_3 + 2x_4 + x_6 = 5$$

$$4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_7 = 7$$

$x_5, x_6, x_7$   
variables fictives.

0	0	0	0	-1	-1	-1	0
1	2	0	1	1	0	0	3
1	0	1	2	0	1	0	5
4	1	1	2	0	0	1	7
↓							
6	3	2	5	0	0	0	15
1	2	0	1	1	0	0	3
1	0	1	2	0	1	0	5
<span style="border: 1px solid red; padding: 2px;">4</span>	1	1	2	0	0	1	7

↑ on utilise les pivots 1 pour annuler les -1 de la ligne des coûts

0	$3/2$	$1/2$	$2$	0	0	$-3/2$	$9/2$
0	$7/4$	$-1/4$	$1/2$	1	0	$-1/4$	$5/4$
0	$-1/4$	$3/4$	$3/2$	0	1	$-1/4$	$13/4$
1	$1/4$	$1/4$	$1/2$	0	0	$1/4$	$7/4$

0	$11/6$	$-1/2$	0	0	$-4/3$	$-7/6$	$1/6$
0	$11/6$	$-1/2$	0	1	$-1/3$	$-1/6$	$1/6$
0	$-1/6$	$1/2$	1	0	$2/3$	$-1/6$	$13/6$
1	$1/3$	0	0	0	$-1/3$	$1/3$	$2/3$

0	0	0	0	-1	-1	-1	0
0	1	$-3/11$	0	$6/11$	$-2/11$	$-1/11$	$1/11$
0	0	$6/11$	1	$1/11$	$7/11$	$-2/11$	$24/11$
1	0	$1/11$	0	$-2/11$	$-3/11$	$4/11$	$7/11$

↳ dit un sommet admissible du polyèdre de départ.

On revient au problème de départ :

<del>1</del>	<del>1</del>	<del>3</del>	0	0
0	1	$-3/11$	0	$1/11$
0	0	$6/11$	1	$24/11$
1	0	$1/11$	0	$7/11$

↑ ↑  
on utilise les 1 comme pivots pour annuler les coûts réduits correspondants

$\leq 0$ . L'algorithme est fini.

0	0	-31/11	0	-8/11
0	1	-3/11	0	1/11
0	0	6/11	1	24/11
1	0	1/11	0	7/11

$$x_1 + x_2 - 3x_3 \quad \text{s.c.} \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_4 &= 3 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 5 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 7 \end{aligned} \quad x_i \geq 0$$

est maximale pour  $x_1 = 7/11$   $x_2 = \frac{1}{11}$   $x_3 = 0$   $x_4 = 24/11$   
et le maximum vaut  $8/11$ .