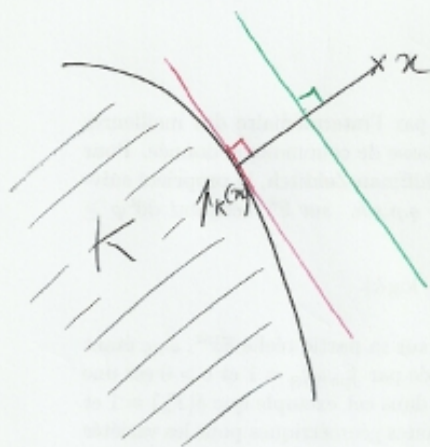


Exercice 6 (Feuille 2)



On utilise le théorème de projection sur un convexe. Cela permet de trouver un hyperplan d'appui (en rouge sur le dessin) qui a pour équation (en y).

$$\langle y, x - p_K(x) \rangle = \langle p_K(x), x - p_K(x) \rangle$$

$$\text{Si } z \in K \text{ on a } \langle z, x - p_K(x) \rangle \leq \langle p_K(x), x - p_K(x) \rangle$$

$$\begin{aligned} \text{Par ailleurs } \langle x, x - p_K(x) \rangle &= \langle x - p_K(x) + p_K(x), x - p_K(x) \rangle \\ &= \|x - p_K(x)\|^2 + \langle p_K(x), x - p_K(x) \rangle \end{aligned}$$

On obtient

$$\forall z \in K \quad \langle z, x - p_K(x) \rangle \leq \langle x, x - p_K(x) \rangle - \|x - p_K(x)\|^2$$

La propriété de l'énoncé est satisfaite pour

$$v = x - p_K(x)$$

$$r = \frac{\|x - p_K(x)\|^2}{4} \quad (\text{par exemple})$$