

DS2**Exercice 1.** (3 points)

Résoudre le programme linéaire suivant en utilisant l'algorithme du simplexe :

$$\begin{cases} \text{Max } 2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_i \geq 0, \text{ pour tout } i \end{cases}$$

Exercice 2. (4 points)

Considérons la fonction $f(x, y) = x^2y^2 - 2xy^2 - x^2 + 2x - 3y^2$. Déterminer les points critiques de f ainsi que leur nature.

Exercice 3. (3 points)

Soit A une matrice de taille 4×7 (quatre lignes, sept colonnes).

1. Quel est le rang maximal possible de A ?
2. Fixons un vecteur b et supposons qu'il existe un vecteur x_0 tel que $Ax_0 = b$. Montrer que l'ensemble des solutions de l'équation $Ax = b$ est $x_0 + \ker A$ où

$$\ker A = \{v / Av = 0\}.$$

3. Supposons que A soit de rang maximal. Quelle est la dimension du sous-espace affine formé des solutions de l'équation $Ax = b$?