

NOM :

PRÉNOM :

Devoir 1 (21 février)

Durée 45 minutes, calculatrices et documents interdits

Exercice 1. *Méthode hongroise*

1. On se donne un tableau $n \times n$ composé de nombres entiers positifs ou nuls. On suppose qu'on peut recouvrir tous les zéros de ce tableau avec p traits (k lignes et $p - k$ colonnes) avec $p < n$. On note h le plus petit nombre qui ne soit pas recouvert.

On modifie le tableau de la façon suivante : on enlève h à toutes les lignes qui ne sont pas (complètement) couvertes, on ajoute h aux colonnes couvertes. Expliquer pourquoi le nouveau tableau contient uniquement des entiers positifs ou nuls.

2. Résoudre le problème d'affectation défini par le tableau suivant en utilisant la méthode hongroise :

7	5	2	6	4	5
2	3	7	2	2	4
3	5	4	5	4	2
7	7	8	8	5	7
6	7	7	5	3	6
6	5	6	3	2	3

NOM :

PRÉNOM :

Exercice 2. *Programmation linéaire en dimension 2*

1. Donner la définition d'une partie convexe de \mathbb{R}^2 .
2. Dessiner la région C du plan définie par les inégalités

$$1 \leq x_1 + x_2, \quad 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq x_1 + 3.$$

3. Trouver une matrice A et un vecteur b tels que

$$C = \{x \in \mathbb{R}^2 / Ax \leq b\}.$$

Montrer que C est convexe.

4. Trouver graphiquement, s'ils existent, les points de C où la fonction $x \mapsto x_1 - 3x_2$ est minimale et maximale. Donner les valeurs minimale et maximale correspondantes (si elles existent). Mêmes questions avec la fonction $x \mapsto 2x_1 - x_2$