

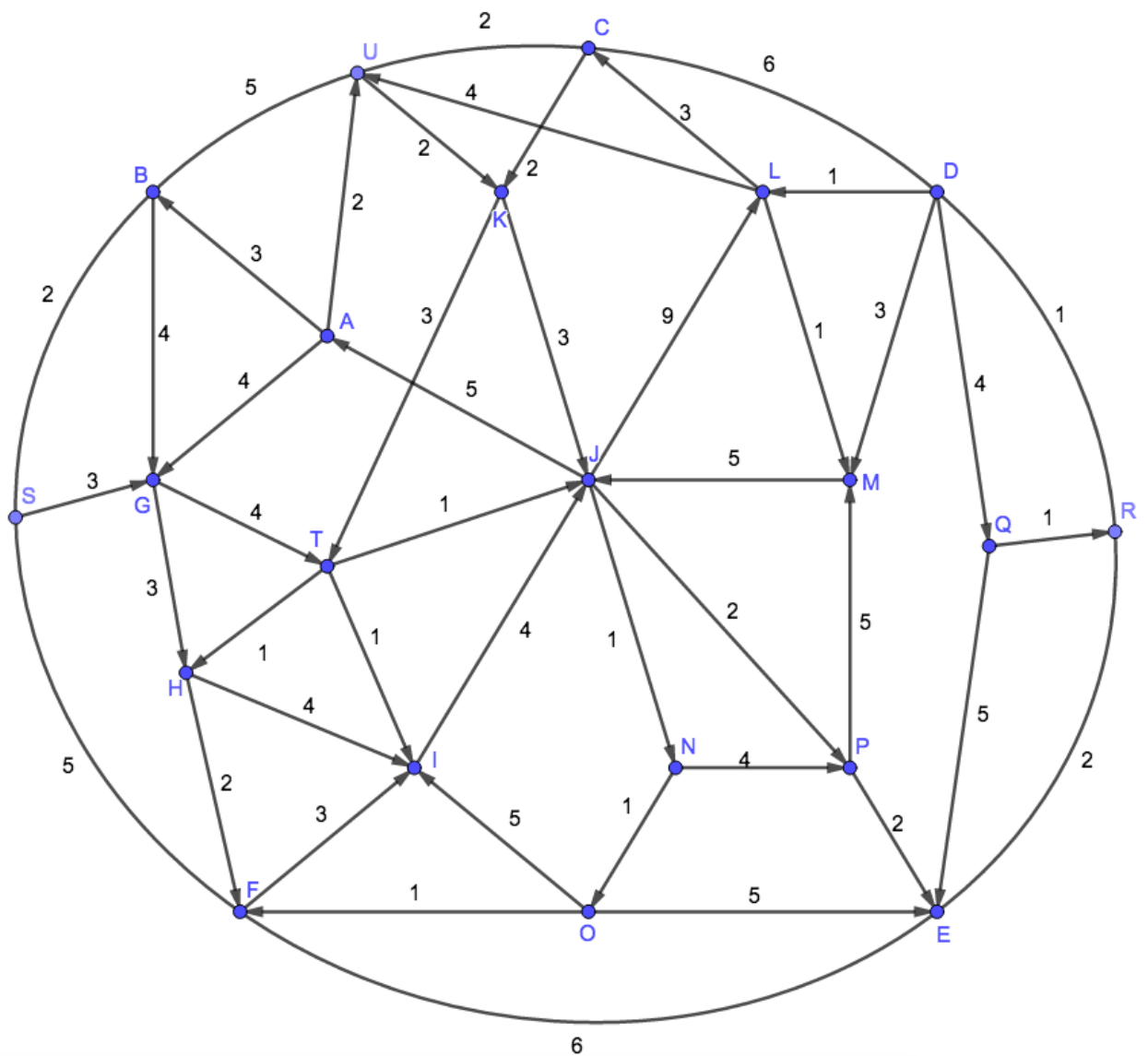
NOM :

PRÉNOM :

Devoir 1 (14 février)

Durée 40 minutes, calculatrices et documents interdits

Exercice 1. Trouver les chemins les plus courts joignant **J** à tous les autres sommets du graphe ci-dessous. Les arêtes courbes (tracées sur l'ellipse extérieure) sont bidirectionnelles ; les arêtes droites (à l'intérieur de l'ellipse) sont unidirectionnelles (des flèches en indiquent les sens). Utiliser l'algorithme de Dijkstra.



NOM :

PRÉNOM :

Exercice 2. On considère la région C de l'espace \mathbb{R}^4 définie par

$$C = \{x \in \mathbb{R}^4 / Ax \leq b\},$$

où A et b sont les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Donner la définition d'un ensemble convexe inclus dans \mathbb{R}^d .
2. Montrer que la région C de la question précédente est convexe dans \mathbb{R}^4 .
3. Quel est le rang de la matrice A ? Quelle est la dimension de son noyau? La région C contient-elle une droite?