

Examen 2006**Exercice 1.** (6 points)

- 1) Inverser la matrice suivante $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
- 2) Calculer le déterminant de la matrice

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 3) La fonction

$$f(x, y) = 4x^{2/3}y + 2x^{5/3}$$

est-elle homogène? Si oui, de quel degré?

Exercice 2. (6 points)

Étudier la nature des points stationnaires de la fonction :

$$f(x, y, z) = \frac{2}{3}y^3 - x^3 - \frac{3}{2}z^2 - 3xz + x + z - 2y - 3.$$

Exercice 3. (4 points)

Une économie est structurée en trois secteurs 1, 2, 3. Chaque secteur utilise des consommations intermédiaires de production des autres pour travailler. Pour produire une unité, le secteur 1 utilise 0 unité de production du secteur 2, 0,1 du secteur 3. Pour produire une unité, le secteur 2 utilise 0,2 unité de production du secteur 1, 0 du secteur 3. Pour produire une unité, le secteur 3 utilise 0,1 unité de production du secteur 1, 0 du secteur 2.

- 1) Donner la matrice de technologie associée à cette économie.
- 2) Si la demande pour les produits du secteur 1 est 1, celle pour le secteur 2 est 2 et celle pour le secteur 3 est 1, quelles doivent-être les productions brutes de chacun des secteurs? (On pourra prendre $1/0,99 = 1,01$ et arrondir à deux chiffres après la virgule)

Exercice 4. (4 points)

Soit la fonction de production $q = F(x, y, z) = x^{1/3}y^{1/2}z^{1/4}$.

On suppose que x, y, z dépendent du temps. Calculer le taux de croissance instantané de la production F lorsque les taux de croissance instantanés des facteurs sont $T_x = 1,5\%$, $T_y = 2\%$, $T_z = 1,5\%$.