

DS 1 (14 octobre)
Durée 45 minutes, calculatrices et documents interdits

Exercice 1. Soit E l'espace vectoriel des matrices carrées de taille 3×3 . Montrer que l'ensemble des matrices 3×3 triangulaires supérieures est un sous-espace vectoriel de E .

Exercice 2. Calculer les produits AB , BA , s'ils sont définis, lorsque les matrices A et B sont les suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Exercice 3. Résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x + 3y + z = 2 \\ -x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

Exercice 4. Peut-on trouver deux matrices A, B telles que AB et BA soient toutes les deux bien définies et que l'une au moins des deux matrices AB ou BA ne soit pas carrée? Justifiez votre réponse.