

DS 3 (16 décembre)**Durée : une heure**

Exercice 1. On considère la matrice suivante

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 1/2 & -1 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & -1 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Vérifier que A est la matrice d'une projection.
2. Quelles sont les valeurs propres de A ? Pourquoi la matrice A est-elle diagonalisable?
3. Trouver une base de vecteurs propres pour A .

Exercice 2. Calculer le polynôme caractéristique de la matrice B suivante, en développant suivant la **troisième** colonne :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Écrivez tous les calculs, dites quelles règles vous appliquez et donnez le résultat sous forme développée.

Exercice 3. Soit C une matrice carrée admettant 0, 2 comme valeurs propres. Considérons deux vecteurs propres v_0, v_2 associés respectivement aux valeurs propres 0, 2. Montrer que la famille (v_0, v_2) est libre.