

DS 1 (21 octobre)**Durée 55 minutes, calculatrices et documents interdits**

Exercice 1. Soit E un espace vectoriel. À quelles conditions une partie F de E est-elle un sous-espace vectoriel de E ?

Exercice 2. Calculer A^2 pour la matrice A suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 3. Une économie est structurée en trois secteurs 1, 2, 3. Chaque secteur utilise des consommations intermédiaires de production des autres pour travailler. Pour produire une unité, le secteur 1 utilise $1/2$ unité de production du secteur 2, $1/2$ du secteur 3. Pour produire une unité, le secteur 2 utilise $1/2$ unité de production du secteur 1, $1/4$ du secteur 3. Pour produire une unité, le secteur 3 utilise 0 unité de production du secteur 1, $1/4$ du secteur 2.

1. Donner la matrice de technologie (ou de Léontief) A associée à cette économie.

2. Expliquer pourquoi si les demandes en les produits des trois secteurs sont données dans un vecteur colonne D , alors la demande est satisfaite si les productions brutes sont données par

$$(I - A)^{-1}D.$$

3. Calculer $(I - A)^{-1}$ en utilisant l'algorithme de Gauss-Jordan.