

Préparation du devoir du 7 octobre

Le devoir durera une heure. Les questions données ci-dessous sont données à titre d'exemples. Les questions du devoir en seront proches mais ne seront pas exactement celles là.

Question de cours

Une ou deux définition(s) parmi les suivantes sera(ont) demandée(s) :

- le produit scalaire dans \mathbb{R}^n ,
- ouvert de \mathbb{R}^n ,
- fermé de \mathbb{R}^n ,
- fonction majorée, minorée, bornée,
- fonction non majorée, non minorée, non bornée,
- minimum, maximum, local, global d'une fonction à valeurs réelles.

Il peut aussi vous être demandé

- d'énoncer et de démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz,
- de montrer que la réunion (ou l'intersection) de deux parties ouvertes de \mathbb{R}^n est ouverte.

QCM

Une partie du devoir prendra la forme d'un QCM. Aucune justification de réponse n'est demandée dans un tel exercice.

- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$ est fermé. Oui/Non.
- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$ est compact. Oui/Non.

-

Exemples, contre-exemples

Il vous sera demandé de donner des exemples ou contre exemples.

- Une partie de \mathbb{R}^3 qui ne soit ni ouverte ni fermée.
- Une partie de \mathbb{R}^2 qui soit fermée mais pas compact.
- Une réunion de fermés qui ne soit pas fermée.

Dessins

Il faut savoir dessiner des domaines du plan définis par des contraintes simples.

- L'ensemble $\{(x, y) / x^2 - y^2 \leq 1\}$,
- L'ensemble $\{(x, y) / 0 \leq y < x^2\}$.

Exercice 1 Montrer en utilisant les suites qu'un ensemble n'est pas fermé (ou pas ouvert en passant au complémentaire, ou les deux) :

- $] - 1, 1]$,
- $\{(x, y) / x^2 + (y + 2)^2 > 1\}$.

Exercice 2 Donner les coordonnées polaires ou sphériques de deux ou trois points.

Exercice 3 L'exercice 5 de la feuille 2.