

Groupe de Travail

La méthode polynomiale

Les jeudis de 14h30 à 16h00
salle 04, bât. 22-23, campus Beaulieu

- But du groupe de travail -

Il s'agit d'employer des méthodes de géométrie algébrique élémentaires pour attaquer des problèmes du type suivant :

- Si C est une courbe algébrique plane, définie sur un corps fini F , quel est le nombre de points de C à coordonnées dans F' , où F' est une extension finie de F de grand degré (estimées de Hasse-Weil, méthode de Stepanov).
- Si A et B sont deux parties finies du corps à p éléments, peut-on minorer le cardinal de $\{a+b, a \text{ dans } A \text{ et } b \text{ dans } B\}$ en fonction du cardinal de A et de celui de B ? (théorème de Cauchy-Davenport)
- Soit F un corps fini. On note E l'espace affine sur F de dimension n . On se donne une partie K de E et on suppose que pour toute direction v , K contient une droite $L(v)$ de vecteur directeur v . Montrer que $\text{card}(K) > \text{card}(E)/(n!)$. (théorème de Dvir concernant le problème de Kakeya sur les corps finis)

La « méthode polynomiale » permet d'englober ces problèmes dans un schéma général qui repose sur des méthodes effectives en géométrie, par exemple sur le théorème des zéros de Hilbert (théorème des zéros combinatoire de Noga Alon). On démontrera les théorèmes de Dvir, Alon, Cauchy-Davenport, et les estimées de Hasse-Weil par cette méthode.

Références :

- Terence Tao : Algebraic combinatorial geometry : the polynomial method in arithmetic combinatorics, incidence combinatorics, and number theory. EMS Surv. Math. Sci. (2014), 1—46.
- Noga Alon : Combinatorial Nullstellensatz. Combin. Probab. Comput., 8 (1999), 7-29.
- W. Schmidt : Equations over finite fields : an elementary approach. Kendrick Press, Heber City. x+333p. (2004)

Contacts :

David Bourqui, Serge Cantat, Christophe Ritzenthaler, Matthieu Romagny,