



MEMOIRE DU PROJET DE FIN D'ETUDES

Elève ingénieur de l'I.N.S.A de RENNES

Département *Génie MECANIQUE & AUTOMATIQUE*

2003-2004

N° d'ordre : PFE 2003-18

**SIMULATION DES PROCEDES D'INDENTATION
ET DE RAYAGE PAR ELEMENTS FINIS ET ELEMENTS
DISTINCTS**

Présenté par :

Romain LANIEL

Lieu du projet de fin d'études :

Le LARMAUR (RENNES)

Tuteur du projet de fin d'études :

Vincent KERYVIN

Correspondant pédagogique :

Alexandre PIARD

REMERCIEMENTS

Je tiens avant toute chose à remercier Monsieur ***Tanguy ROUXEL*** ainsi que Monsieur ***Vincent KERYVIN*** pour m'avoir accepté dans leur laboratoire, pour les discussions fructueuses que j'ai eues avec eux et pour la réalisation de ce stage.

Je remercie aussi tous les maîtres de conférence, professeurs, docteurs, post-doctorants et ATER pour l'attention qu'ils m'ont accordée pendant ces quatre mois, pour avoir consacré le temps nécessaire pour m'expliquer les différents points sur lesquels ils travaillaient, et pour avoir pris le temps de répondre à mes questions. De même que mon collègue ***Ronan CROSNIER*** pour les informations précieuses qu'il a bien voulu me transmettre.

Je remercie enfin Monsieur ***Frédéric DUBOIS*** pour la semaine qu'il a passé à m'expliquer le fonctionnement de son code de calcul et pour l'attention qu'il a montrée tout au long de ce stage.

C'est en majeure partie grâce à eux que mon stage s'est déroulé dans les meilleures conditions.

RESUME

Le travail réalisé consiste à caractériser le comportement des verres en indentation et en rayage à l'aide de méthodes numériques. Le verre est un matériau dit fragile et au cours d'un essai d'indentation, son comportement est encore inconnu. En outre, et après cet essai, une empreinte subsiste montrant l'existence d'un phénomène dissipatif.

Nous avons donc émis trois hypothèses de dissipation. La première porte sur la plasticité. Des simulations par éléments finis ont été réalisées sous *Cast3M* avec plusieurs lois de comportement élastoplastiques. Nous nous sommes aperçus, par comparaison avec des données expérimentales, que les lois les plus réalistes devaient prendre en compte la pression pour capturer les caractéristiques du matériau sous indentation (courbe force-déplacement, morphologie de l'empreinte). La deuxième hypothèse porte sur un phénomène de déformation visqueuse permanente. Nous avons donc créé une méthode de résolution capable de simuler une telle loi de comportement. Enfin nous avons utilisé la méthode des éléments distincts pour tester la troisième hypothèse de dissipation : l'endommagement et la fissuration. Le code de calcul *LMGC90* a permis de nous fournir des résultats en concordance avec la réalité sur les mécanismes d'amorçage de la fissuration.

ABSTRACT

Work carried out consists in characterizing the behavior of glasses in indentation and scratching using numerical methods. Glass is a fragile material and during an indentation or scratching test, its behavior is still unknown. Moreover, and after this test, a print remains showing the existence of a dissipative phenomenon.

We thus put forth three assumptions of dissipation. The first concerns plasticity. Simulations by finite elements were carried out under *Cast3M* with several behavior laws. We realized that the most realistic criteria were those that depends on pressure to account for the main features of experimental data on indentation (load-displacement curve and indent morphology). The second assumption deals with permanent viscous deformation. We thus created a resolution method able to simulate such a law. Finally we switched to the method of the distinct elements to test the third assumption of dissipation: damage and cracking. The computer code *LMGC90* made it possible to provide us results in agreement with reality on the mechanisms of cracking start.

SOMMAIRE

I. Cadre de l'étude :	p 7
I.1. Le laboratoire LARMAUR :	p 7
I.2. Des matériaux particuliers : les verres :	p 7
I.2.1. Les verres d'oxyde :	p 8
I.2.2. Les verres métalliques :	p 8
I.2.2.1. <i>Historique :</i>	p 8
I.2.2.2. <i>Caractéristiques :</i>	p 9
I.3. Intérêts des simulations numériques en indentation :	p 9
 II. Première approche des simulations éléments finis :	 p 11
II.1. Indentation Conique :	p 11
II.1.1. Conditions des simulations :	p 11
II.1.2. Le facteur de forme : γ :	p 12
II.1.2.1. <i>Vérification de la valeur théorique :</i>	p 12
II.1.2.2. <i>Détermination de γ pour un matériau élasto-plastique :</i>	p 14
II.1.2.3. <i>Conclusion :</i>	p 16
II.1.3. Influence du frottement :	p 17
II.1.3.1. <i>Modification de la géométrie de l'empreinte :</i>	p 17
II.1.3.2. <i>Modification du facteur de forme :</i>	p 18
II.1.3.3. <i>Conclusion :</i>	p 19
II.1.4. Complément sur le problème d'incompressibilité :	p 19
II.1.5. Conclusion sur l'indentation conique :	p 20
II.2. Indentation Vickers :	p 20
II.2.1. Le maillage :	p 20
II.2.2. Paramétrage du calcul et résultats :	p 22
II.2.2.1. <i>Calcul élasto-plastique parfait :</i>	p 22
II.2.2.2. <i>Comparaison avec d'autres lois de comportements :</i>	p 23
II.2.3. Conclusion sur l'indentation Vickers :	p 25
II.3. Essai de rayage 2D :	p 25
II.3.1. Réalisation de l'essai et déformée :	p 25
II.3.2. Forces normales et transversales :	p 26
II.3.3. Conclusion sur le rayage 2D :	p 27
II.4. Conclusion pour notre cas :	p 27
 III. Lois de comportements et simulations éléments finis :	 p 28
III.1. Les particularités des verres métalliques en indentation :	p 28
III.1.1. Les bandes de cisaillement :	p 28
III.1.2. Comportement différent en traction ou compression :	p 29
III.2. Simulation & résultats avec des lois dépendantes de la pression hydrostatique :	p 30
III.2.1. Critère de Mohr – Coulomb :	p 30
III.2.1.1. <i>Définition du critère :</i>	p 30
III.2.1.2. <i>Application à l'indentation sphérique :</i>	p 31
III.2.2. Approximation par Drucker – Prager :	p 32
III.2.3. Comparaison numérique / expérience :	p 33

III.2.3.1. Comparaison force / déplacements :	p 34
III.2.3.2. Profils de face et d'arête :	p 35
III.2.4. Validation de l'évaluation du module réduit :	p 36
III.2.5. Conclusion & réserves :	p 37
III.3. Introduction sur la loi visqueuse :	p 37
III.3.1. Pourquoi une loi visqueuse :	p 37
III.3.2. Implantation dans un code de calcul éléments finis :	p 38
III.3.2.1. Théorie d'implantation :	p 38
III.3.2.2. Programmation FORTRAN 77 :	p 43
III.4. Conclusion sur les lois dépendantes de la pression :	p 43
IV. Simulation par éléments distincts :	p 44
IV.1. Spécificités de la méthode éléments distincts :	p 44
IV.1.1. Notion de Contact :	p 44
IV.1.1.1. Signorini – Coulomb :	p 44
IV.1.1.2. Adhésion endommageable :	p 45
IV.1.2. Résolution dynamique :	p 46
IV.1.3. Application à notre cas :	p 46
IV.2. Le logiciel LMGC90 :	p 47
IV.2.1. Méthode de résolution :	p 47
IV.2.2. Aide au fonctionnement du logiciel :	p 48
IV.3. Les premiers résultats :	p 48
IV.3.1. Indentation conique & départ de fissure :	p 48
IV.3.2. Indentation sphérique & propagation d'onde :	p 49
IV.4. Semi-validation :	p 49
V. Conclusion Générale :	p 50
BIBLIOGRAPHIE :	p 51
ANNEXE I : Structure de BODIES.DAT :	p 54
ANNEXE II : Structure de DRV_DOF.DAT :	p 55
ANNEXE III : Structure de POSTPRO.DAT :	p 56
ANNEXE IV : Structure de TACT_BEHAV.DAT :	p 56
ANNEXE V : Structure de MODELS.DAT :	p 57
ANNEXE VI : Structure de BULK_BEHAV.DAT :	p 57
ANNEXE VII : Structure de COMMAND.DAT :	p 58
ANNEXE VIII : Notice du LMGC90 :	p 61

INTRODUCTION

Dans le cadre de mon projet de fin d'étude de 5^{ème} année d'ingénieur ainsi que de ma formation DEA, il m'a été demandé de réaliser un stage de recherche. J'ai été accueilli dans le laboratoire du LARMAUR de l'université de Rennes I. Pendant quatre mois, j'ai pu appréhender le travail de recherche en équipe sur des simulations numériques d'indentation et de rayage.

Les travaux que je m'appête à vous présenter, portent en majeure partie sur la caractérisation du comportement des verres en indentation. En effet, ce type d'essai présente un intérêt industriel certain puisqu'il permet d'extraire des composantes matériaux sur très peu de volume. Les simulations ont été réalisées sous deux codes de calcul différents : un code d'éléments finis (*Cast3M*) et l'autre d'éléments distincts (*LMGC90*). C'est là que réside l'intérêt de ces recherches. Il sera présenté dans le dit rapport deux approches totalement différentes pour appréhender le problème de l'indentation qui par ailleurs est un essai d'une grande complexité.

Bien entendu, et avant de rentrer dans la caractérisation de lois de comportement, il a fallu au préalable s'assurer du bon déroulement des calculs et de la validité de ceux-ci. Une partie a donc été allouée aux simulations visant à confirmer la validité des résultats et ainsi de déterminer le domaine de validité de celles-ci.

Je tiens à préciser que toutes les informations que j'ai pu glaner et qui se retrouvent dans ce rapport sont **confidentielles** et ne doivent pas être divulguées sans autorisation préalable du LARMAUR.

I. Cadre de l'étude

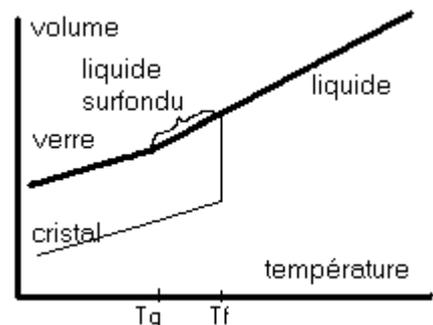
I.1. Le laboratoire LARMAUR

Le Laboratoire de Recherche en Mécanique Appliquée de l'Université de Rennes est une structure récente¹ d'accueil du DEA de Mécanique doublée d'un espace de recherche actif sur les matériaux fragiles tels que les céramiques ou les verres. Ce laboratoire est divisé en deux équipes l'une sur la caractérisation mécanique des contacts et surfaces², l'autre sur le comportement des matériaux fragiles³ tels que les céramiques ou les verres.

L'équipe du LARMAUR, s'occupant des matériaux fragiles, conduit ses recherches suivant deux axes principaux. Le premier est le comportement à la rupture. Il s'agit de comprendre et de maîtriser les différents mécanismes à l'origine d'un processus de rupture afin d'augmenter le pouvoir prédictif de cette science. Le second est la rhéologie de ce type de matériaux. En effet, et malgré des propriétés mécaniques exceptionnelles, ces matériaux n'en restent pas moins fragiles et difficiles à mettre en forme. Par conséquent il est important d'étudier de près les procédés de mise en forme non-conventionnels pour céramiques et verres.

I.2. Des matériaux particuliers : les verres

le verre est un solide non cristallin (amorphe). Il ne présente pas comme pour les structures cristallines d'ordre à longue distance (ordonnancement des atomes et existence d'une maille cristalline). C'est un état particulier de la matière : *l'état vitreux*. En général, le verre est un solide obtenu par trempe d'un liquide surfondu (état de la matière comprise entre la température de transition vitreuse et la température de fusion).



¹ En janvier 2000 le LARMAUR est reconnu équipe d'accueil pour le DEA de Mécanique des Matériaux et des Fluides, Génie Mécanique et Génie Civil

² Equipe de quatre permanents et un doctorant avec comme responsable Pr. El Abdi

³ Equipe de cinq permanents, trois doctorants, un ATER et une post-doctorante avec comme responsable Pr. Rouxel

1.2.1. Les verres d'oxyde

Les verres d'oxydes sont des solides composés de silice (SiO_2) et d'autres constituants classés en trois catégories (cf. [18]⁴). Les formateurs de réseau (agents en concentration molaire importante formant la base du matériau), les modificateurs de réseau (agents de faible concentration changeant les propriétés mécaniques et chimiques ; exemple : les oxydes alcalins) & les intermédiaires. Le verre à vitre fait partie de cette famille de verre et est composé de plus de 70% de silice.

1.2.2. Les verres métalliques

1.2.2.1 Historique



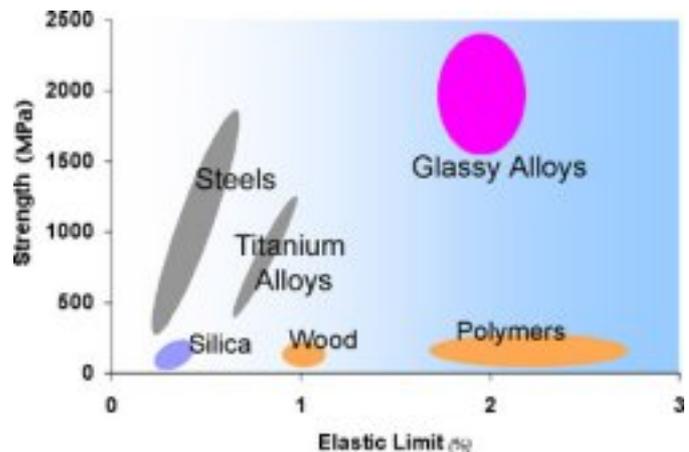
Les verres métalliques possèdent des propriétés mécaniques extraordinaires de part leur nature amorphe. Des méthodes pratiques pour traiter ces matériaux, ont été développées pendant les quarante dernières années. Pol Duwez de la *California Institute of Technology* a produit les premiers rubans des verres métalliques. La méthode de transformation à appliquer est de refroidir le métal fondu avec une vitesse de trempe supérieure à de $1000000^\circ\text{C}/\text{s}$. Duwez ainsi que son étudiant William L. Johnson ont également découvert d'autres alliages qui pourraient être transformés en verres métalliques pour les aimants à haute efficacité, mais le traitement était extrêmement cher au vu des vitesses de trempe à atteindre.

Pendant les années 80, Inoue a développé les nouvelles compositions chimiques qui pourraient être traitées sans refroidissement rapide sous une forme massive (les formes massives sont plus de 20 fois plus large que les rubans de $40 \mu\text{m}$). Ces matériaux sont employés dans des produits aussi variés que des composants de moteurs ou des clubs de golf et ont également un grand potentiel pour des applications militaires.

⁴ Bibliographie [18]

1.2.2.2 Caractéristiques

L'une des principales qualités des verres métalliques est la capacité qu'a celui-ci à accumuler de l'énergie élastique et donc à la restituer. Le schéma déformation limite / limite élastique ci-dessous, montre bien l'énorme pouvoir de stockage d'un tel matériau surpassant même, dans certains cas, la rigidité des meilleurs aciers ou rivalisant avec la limite élastique de certaines polymères. Ceci explique les différentes utilisations dont nous avons déjà parlé (club de golf, raquette, batte de base-ball) étant donné la cinétique monumentale que ce matériau peut transmettre lors d'un impact.



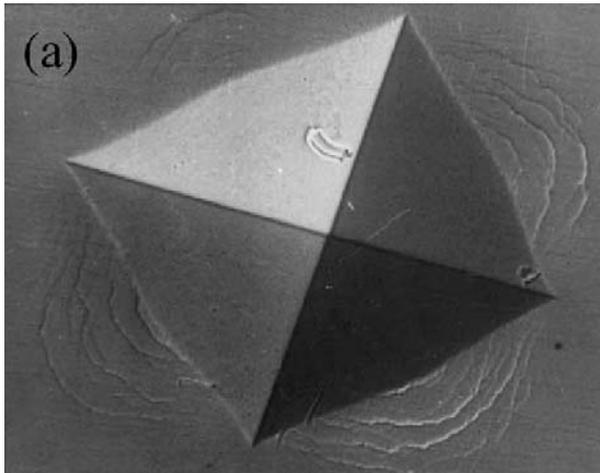
1.3. Intérêts des simulations numériques en indentation

L'indentation est un essai mécanique visant à extraire des paramètres in-situ et post-mortem lors de l'enfoncement dans la matière (piloté en charge ou en vitesse) d'une géométrie particulière. Il existe quatre grandes catégories d'indenteurs, les sphériques, les coniques, les indenteurs Berkovitch⁵ et Vickers⁶.

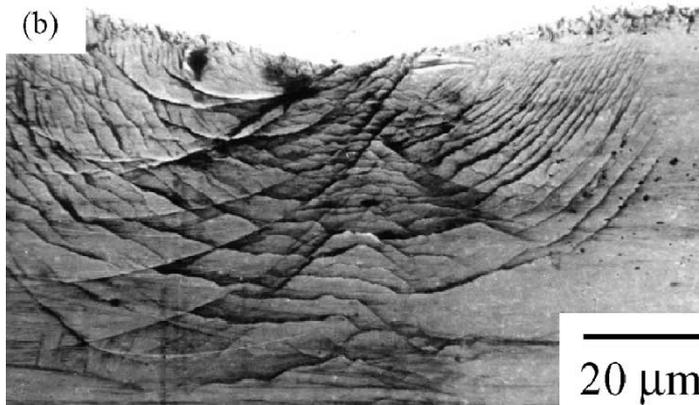
L'indentation, est un essai très particulier. En effet, que ce soit en charge ou en décharge, le champ de contrainte distribué sur l'échantillon ne ressemble à aucun autre et est fortement lié à la géométrie de l'indenteur utilisé. De plus, cet essai révèle des particularités matériaux que d'autres essais ne pourraient mettre en évidence tel que la sensibilité à la pression.

⁵ Berkovitch : indenteur pyramidal à base triangulaire

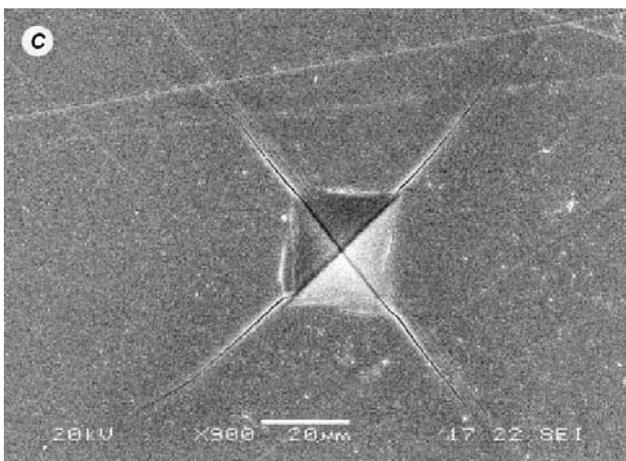
⁶ Vickers : indenteur pyramidal à base carré



Microscopie optique d'une indentation Vickers avec une charge de 2000 g sur un verre métallique de palladium (extrait de [6])



Micrographie montrant la zone déformable juste sous l'indenteur Vickers, obtenue avec une charge de 5000 g sur un verre métallique de zirconium (extrait de [6])



Microscopie montrant les fissures développées dans le prolongement des arrêtes du Vickers, obtenue avec une charge de 100 g à 200°C sur un verre de calcogénure (extrait de [15])

La figure (a) montre une empreinte Vickers. On peut remarquer la formation de bourrelets au niveau des faces de l'indenteur dus au retour élastique de la matière après décharge. Sur ces bourrelets, on observe des discontinuités de la matière. Il s'agit de bandes de cisaillement caractéristiques du verre métallique. Sur la figure (b), on observe ces bandes au sein même de la matière. Celles-ci ont été amorcées sous l'indenteur pour, dans certains cas, remonter à la surface et former les marches visibles sur les bourrelets. Au contraire, les verres d'oxyde, développent des fissures comme le montre la figure (c). Ces observations peuvent différencier les deux matériaux, cependant, dans les deux cas, on ne sait pas réellement où est passée la matière perdue dans l'empreinte.

En conséquence, l'essai d'indentation permet de mettre en évidence des propriétés matériaux particulières et propres aux verres. Le LARMAUR concentre actuellement ses recherches sur les procédés de rayage et d'indentation sur ce type de matériaux afin de caractériser leurs propriétés mécaniques et mettre en évidence les mécanismes d'amorçage de fissuration. Il est donc intéressant d'avoir un outil numérique simulant différents essais expérimentaux.

II. Première approche des simulations éléments finis

II.1. Indentation Conique

II.1.1. Conditions des simulations

Les simulations ont été réalisées à l'aide du code de calcul *Cast3M*⁷ en 2D axisymétrique. Nous avons conservé lors des différents calculs, la même géométrie de l'indenteur avec un demi-angle de 68° . De plus tous les essais d'indentations ont été pilotés en vitesse sur la face supérieure libre de l'indenteur ; la vitesse de pénétration a été choisie à $18 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour les essais élasto-plastiques parfaits, pour une durée de charge de 1 s .

En ce qui concerne la géométrie du massif à indenter, elle est en adéquation avec le volume maximal d'indentation V_{ind}^{max} .

$$V_{ind}^{max} = \frac{\pi \cdot (18 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 1 \text{ s})^3 \cdot \tan^2(68^\circ)}{3} = 3,74 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^3$$

En effet, le massif (rayon 4 mm et hauteur 5 mm) possède un volume de $2,51 \cdot 10^2 \text{ mm}^3$ et est donc quasiment 700000 fois plus grand que le volume maximal d'indentation, ceci permet de ne pas perturber le matériau au voisinage de ses conditions limites (blocages).

Le maillage a été réalisé grâce à l'opérateur *SURF*⁸ de *Cast3M* en déclarant des éléments *QUA4* (Quadrangles linéaires). Cependant, cet opérateur génère des éléments de jonctions de type *TRI3* (Triangles linéaires) créant de ce fait un maillage irrégulier. Par souci d'économie de temps de calcul, les dimensions caractéristiques des éléments du massif sont de l'ordre du mm à l'exception de la zone influençable par l'indentation, maillée par des éléments de l'ordre du μm .

⁷ Cast3M : Castem 2003 code CEA

⁸ SURF : Opérateur gibiane créant une surface maillée à partir d'un contour fermé

II.1.2. Le facteur de forme : γ

II.1.2.1 Vérification de la valeur théorique

Afin de tester la véracité de nos simulations, il nous a fallu comparer une valeur théoriquement connue avec celle que nous fournissait le code de calcul. Un paramètre important de l'indentation est le rapport entre la profondeur maximale d'indentation h_{max} et la profondeur entre le dernier point de contact et le fond d'indentation h_c . Ce rapport est un facteur de forme noté γ .

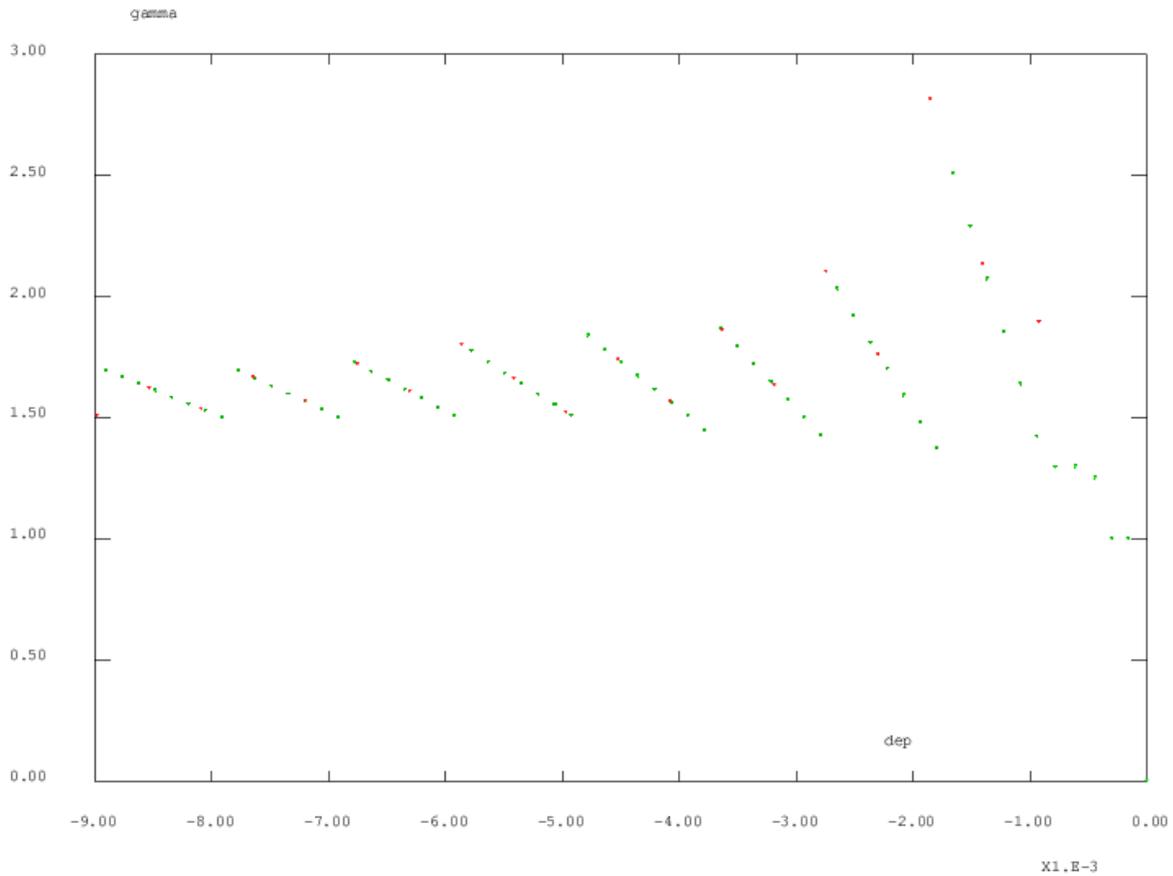
$$\gamma = \frac{h_{max}}{h_c}$$

Les travaux de Sneddon (1965) ont démontré que pour un matériau élastique linéaire isotrope, le γ d'une indentation conique est égal à $\pi/2$ en charge (Solution de Love [9]). Nous avons donc simulé une indentation avec une loi de comportement purement élastique afin de confronter les valeurs de γ_{th} (théorique) et de γ_{sim} (simulation).

Les paramètres de la loi élastique sont : $E = 90000 \text{ MPa}$ et $\nu = 0,21$. Il est à remarquer que dans le cas purement élastique ces paramètres ont finalement très peu d'importance (la vitesse de pénétration par exemple) puisqu'ils n'influencent en rien le γ_{sim} . C'est d'ailleurs une chance car le calcul élastique nous a donné quelques soucis. En effet, celui-ci conduisait à des non-convergences à répétition si l'indenteur repoussait la matière trop loin. Nous avons donc baissé la vitesse afin d'atteindre au bout d'une seconde une profondeur acceptable en terme de convergence. La vitesse choisie est donc de $9 \mu\text{m.s}^{-1}$. Voici ci-dessous les valeurs de γ_{sim} en fonction du déplacement du point du massif juste sous l'indenteur.

Légende : vert : charge

rouge : décharge



Remarque : Les droites sont produites par le caractère discret du maillage. Le point de contact supérieur peut rester le même sur plusieurs incréments de déplacements produisant ainsi une évolution linéaire de γ_{sim} jusqu'au prochain saut du point de contact.

Les deux précédentes remarques nous apprennent que pour comparer objectivement le γ_{th} et le γ_{sim} , il ne faut considérer que la valeur moyenne du γ_{sim} en charge.

En charge : $\langle \gamma_{sim} \rangle = 1,629$

$$\gamma_{th} = \frac{\pi}{2}$$

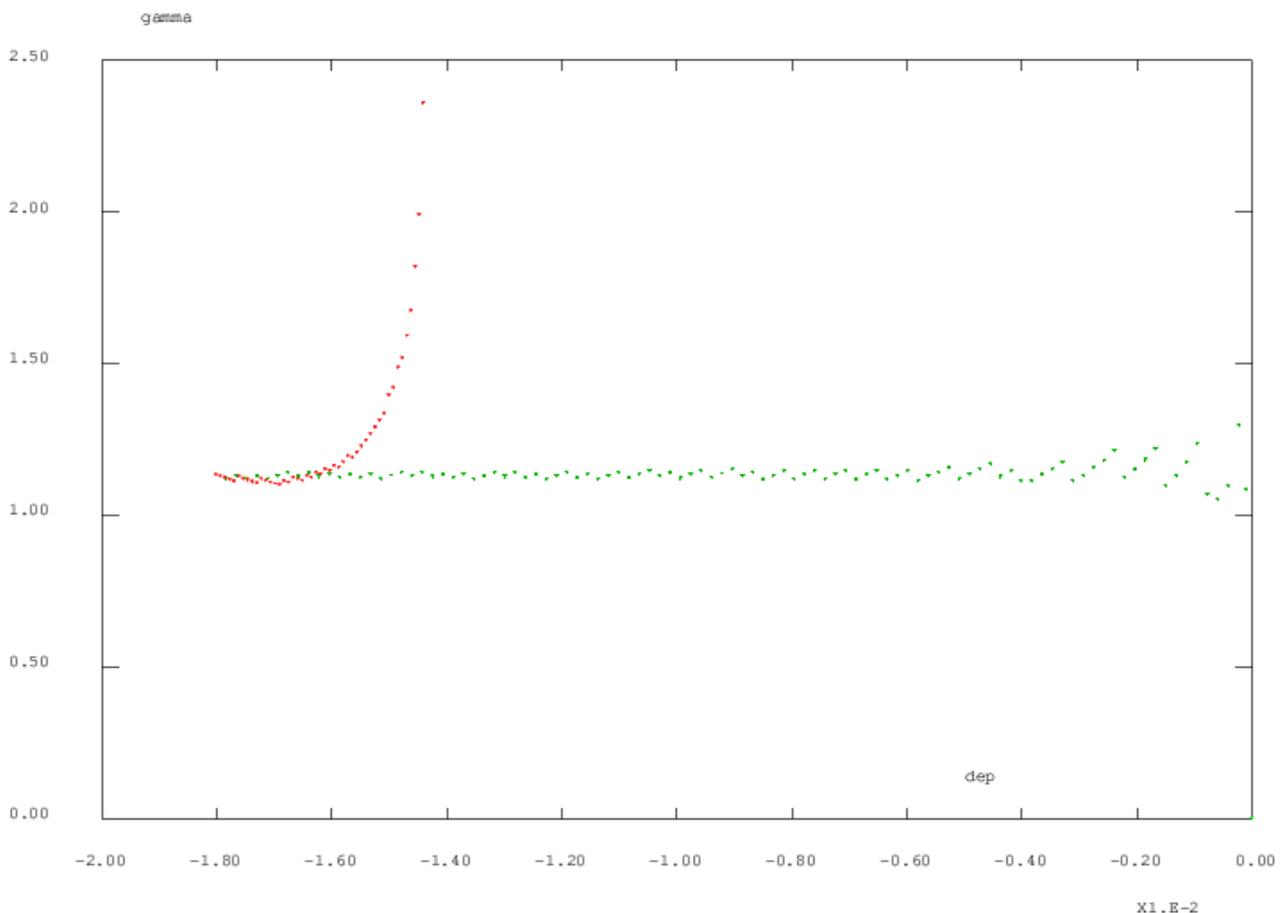
On commet une erreur de : $\varepsilon = 3,7\%$

II.1.2.2 Détermination de γ pour un matériau élasto-plastique

Pour cette simulation, nous avons affiné le maillage sur le bord libre supérieur du massif à indenter (une centaine d'éléments sur la ligne du contact) afin de s'affranchir du caractère discret de la courbe $\gamma_{sim} = f(h_{max})$. La loi de comportement du matériau est élasto-plastique parfaite (sans écrouissage) avec comme paramètres : $E = 90000 \text{ MPa}$, $\nu = 0,21$ et $\sigma_y = 1800 \text{ MPa}$.

Voici ci-après les valeurs de γ_{sim} en fonction du déplacement du point du massif juste sous l'indenteur.

Légende : **vert** : charge
 rouge : décharge



Remarque 1 : L'affinage au contact permet de lisser la courbe en mettant en évidence la constance de celle-ci lors de la charge et son envolée à la décharge. Cependant le caractère discret persiste au tout début de la pénétration de l'indenteur. On conservera donc comme paramètre représentatif la valeur moyenne de γ_{sim} pendant la charge.

Remarque2 : Malgré la discontinuité, on remarque que la valeur du γ_{sim} ne reste pas constante lors de la décharge, elle tend vers l'infini aux alentours de la profondeur de décollement. En effet, à cette hauteur, le h_{max} n'évolue que très peu alors que le point de contact supérieur se rapproche très vite du bout de l'indenteur, entraînant avec lui la valeur de h_c .

En charge : $\langle \gamma_{sim} \rangle = 1,137$

Baisse du $\langle \gamma_{sim} \rangle$ par rapport à la valeur élastique : $\frac{\Delta \langle \gamma_{sim} \rangle}{\langle \gamma_{sim} \rangle_{elas}} = 30,2\%$

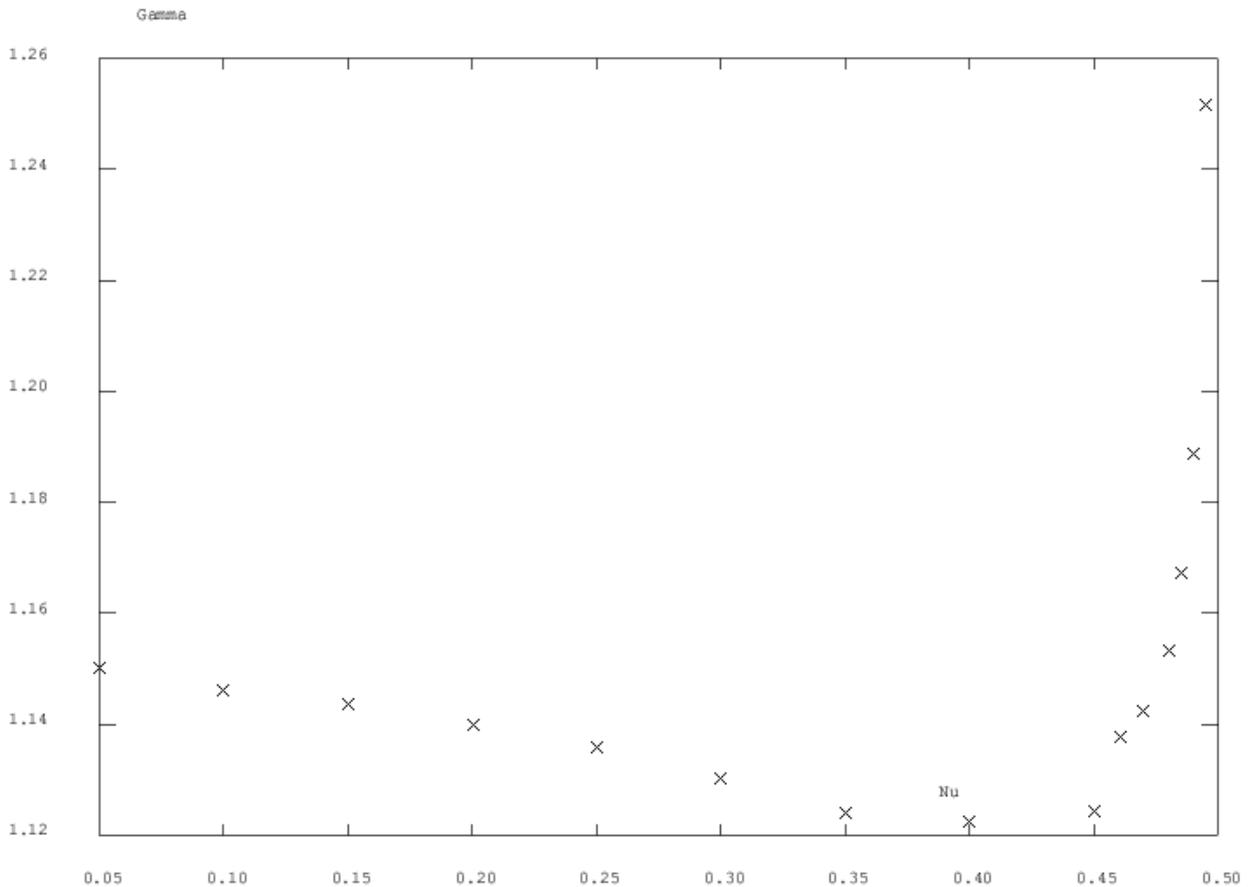
On ne peut pas attribuer cette baisse à h_{max} car celui-ci est conditionné par le mouvement imposé à l'indenteur et aux caractéristiques intrinsèques de celui-ci. Le seul paramètre faisant baisser la valeur de $\langle \gamma_{sim} \rangle$ est h_c .

Nous savons que si $\langle \gamma_{sim} \rangle$ diminue alors h_c diminue quasiment dans les mêmes proportions. Ce qui veut dire que lors d'une indentation, pour une même valeur de h_{max} , le $h_c^{elastoplas}$ est inférieur de 30% au h_c^{elas} . Le point de contact supérieur se situe donc plus bas pour un matériau élasto-plastique que pour un matériau élastique, reflétant bien une tendance à l'affaissement plus grande. Ceci s'explique aussi par la perte de rigidité locale du matériau élasto-plastique.

Dans le cas des matériaux purement élastiques, nous savons que la solution de Love n'est pas influencée par les paramètres élastiques matériau. Mais qu'en est-il pour les matériaux élasto-plastiques parfaits ?

L'idée nous est venue de faire varier un paramètre matériau (en l'occurrence ν) afin d'observer la réponse du γ . Cependant, lors des différentes simulations, nous nous sommes aperçus que les simulations de matériaux incompressibles ($\nu = 0.5$) ainsi que des matériaux à $\nu = 0$ posaient des problèmes de résolution (apparemment les éléments ne seraient pas adaptés⁹). La courbe $\gamma = f(\nu)$ ci-dessous a donc été réalisée avec des valeurs de ν comprises entre 0,05 et 0,495.

⁹ Pour ce genre de calcul, il est nécessaire de mailler le massif avec des éléments à formulation mixte



Remarque : En observant cette courbe, il peut ressortir deux types d'analyses.

Hypothèse 1 : La sensibilité à l'affaissement est maximum pour les matériaux à $\nu = 0,4$ et diminue considérablement aux abords de l'incompressibilité.

Hypothèse 2 : La simulation, de part des éléments finis non adaptés aux limites du paramètre ν , donne des résultats erronés au voisinage de $\nu = 0,5$. Nous en reparlerons en II.1.4.

II.1.2.3 Conclusion

Les résultats de ces deux simulations conduisent à penser que le code *Cast3M* nous fournit des résultats exploitables dans les conditions d'utilisation actuels¹⁰. En effet, nous pouvons constater que le maillage (*QUA4* et *TRI3*) et les lois de comportements (Frottement, Grandes Rotations, Grands Déplacements), fournissent, pour des lois de comportements élastiques, une solution en adéquation avec la solution de Love ; et pour des lois de comportements élasto-plastiques parfaites, une solution physiquement acceptable (cf. II.1.2.2.).

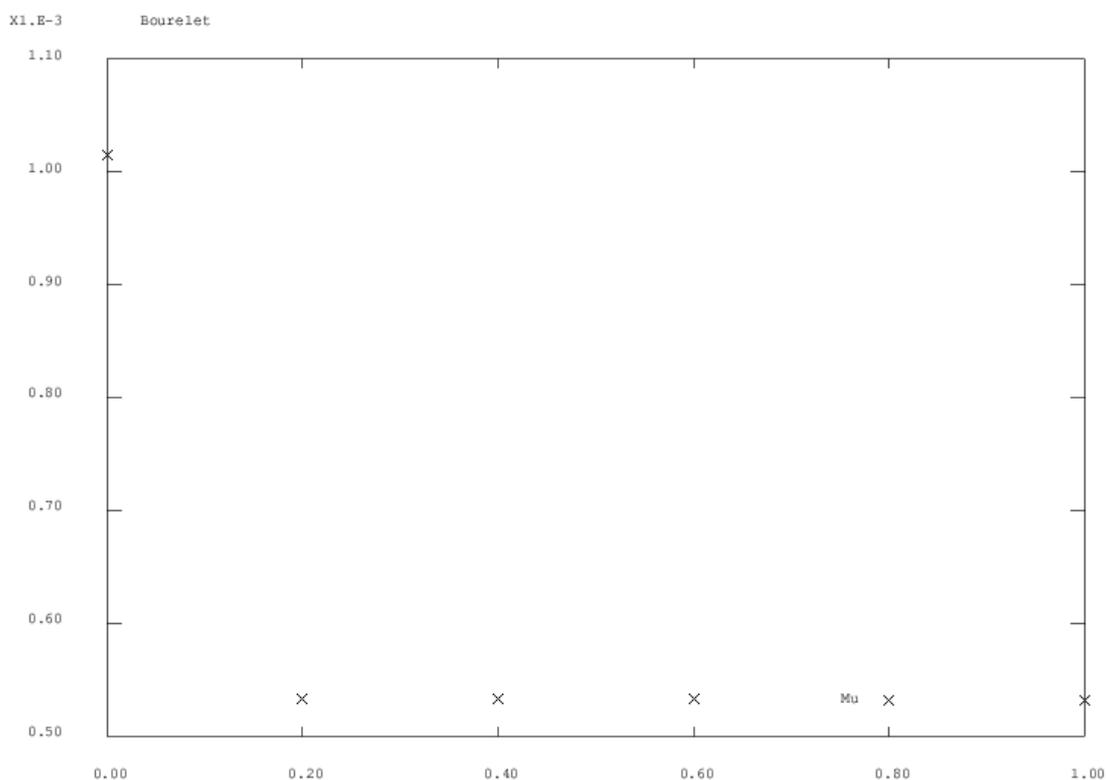
¹⁰ Calcul plan (axisymétrique ou déformation plane)

II.1.3. Influence du frottement

Dorénavant, nos simulations seront effectuées avec des lois de comportements plastiques (étant plus réalistes que les élastiques). Dans la simulation de l'indentation conique, nous avons pu intégrer une loi de contact frottant (type Coulomb) entre l'indenteur et le massif. En faisant varier le paramètre μ de cette loi, nous pouvons regarder les évolutions qu'il induit dans la géométrie de l'empreinte ainsi que sur le facteur de forme γ . La géométrie étant une notion trop vague pour être représentative, nous nous concentrerons sur la hauteur maximale du bourrelet due au retour élastique.

II.1.3.1 Modification de la géométrie de l'empreinte

Afin de pouvoir valider ou non l'importance du frottement sur la forme finale de l'empreinte que laisse l'indenteur, nous avons réalisé six simulations en faisant varier μ de la loi de Coulomb (de 0 à 1 par pas de 0,2). Le calcul de l'indentation conique étant défini axisymétrique sur *Cast3M*, la hauteur du bourrelet est déterminée par la recherche du point de la ligne de contact à déplacement positif maximum. On extrait sa composante de déplacement verticale assimilée à la hauteur du bourrelet H_{bour} . Ci-dessous la courbe $H_{bour} = f(\mu)$.

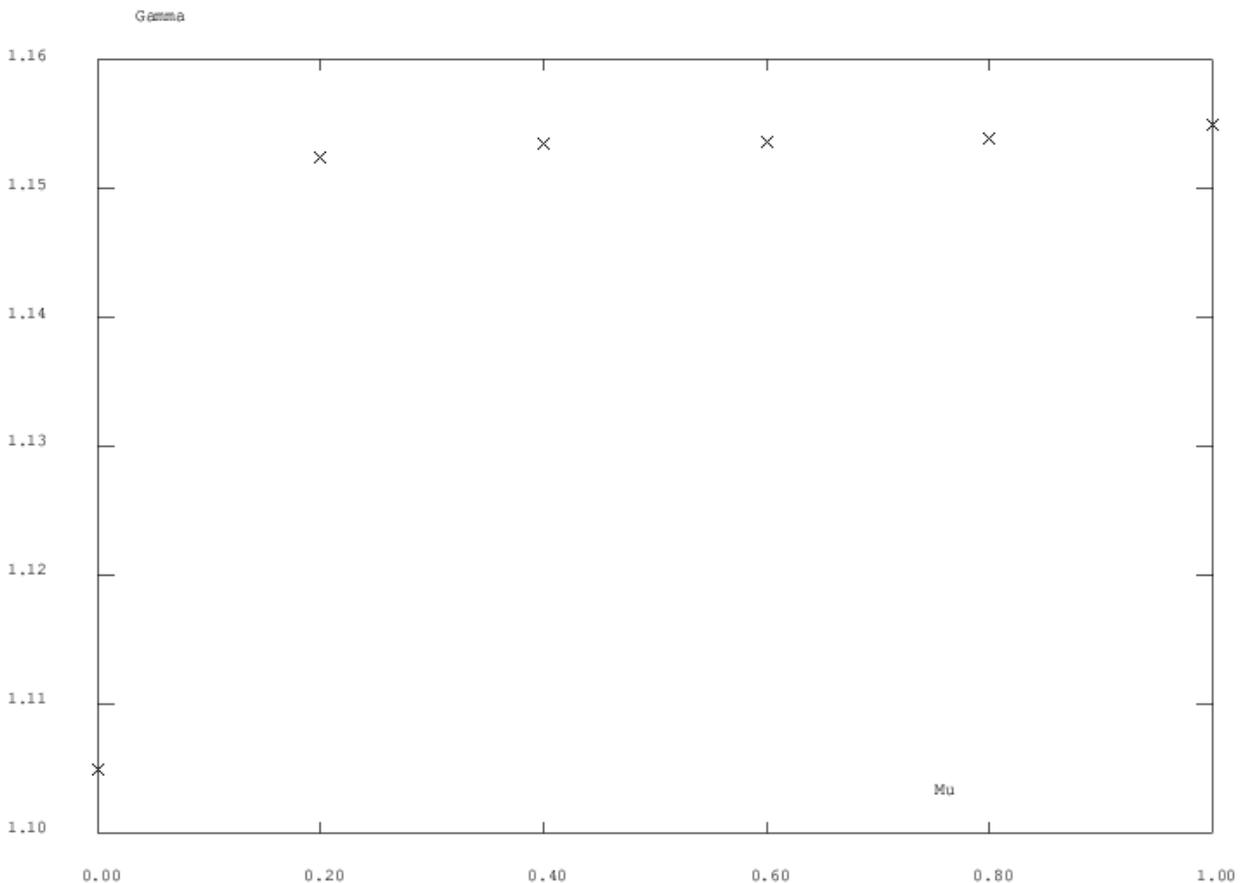


Remarque : L'influence de la valeur du frottement est finalement insignifiante au regard de ces résultats. Ce qui semble néanmoins important, c'est la présence ou non de frottement puisque la hauteur du bourrelet chute quasiment de moitié sous cette condition.

D'autres simulations seraient judicieuses afin d'affiner la zone d'indétermination comprise entre 0 et $0,2$. Ceci n'a pas encore été fait, mais serait bon de reprendre par la suite.

II.1.3.2 Modification du facteur de forme

De la même manière on peut vérifier que le γ est susceptible d'être influencé par le frottement (dans le cas d'une loi de comportement élasto-plastique pour rendre γ sensibles aux paramètres extérieurs). En utilisant les mêmes simulations, on extrait le γ pour les six valeurs de μ . Ci-dessous la courbe $\gamma = f(\mu)$.



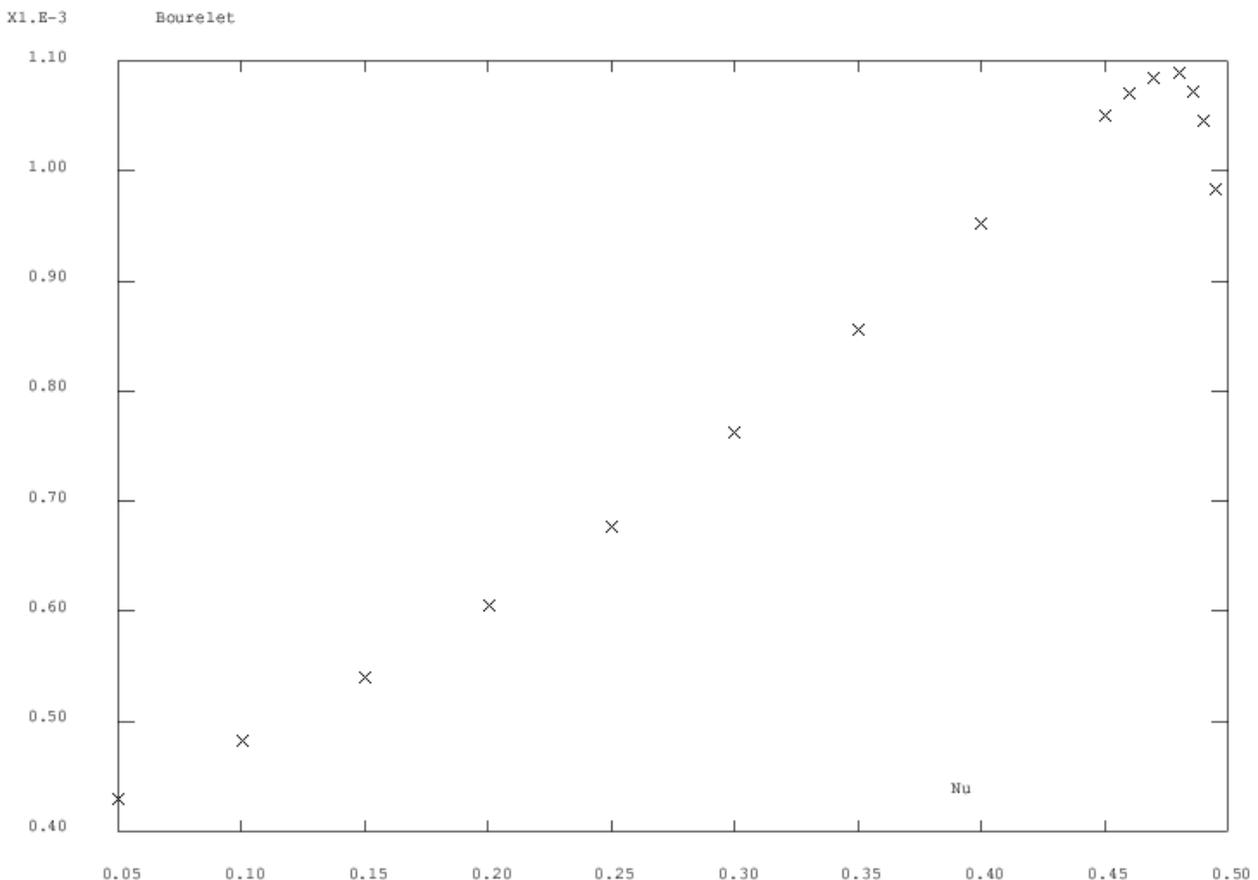
Remarque : De la même manière que précédemment, le frottement n'as quasiment pas d'influence dans son évolution, seulement dans sa présence ou non. A affiner par la suite.

II.1.3.3 Conclusion

Étant donné le manque de précision des résultats fournis, nous ne pouvons pas conclure sur les effets du frottement dans la zone transitoire ($\mu \in [0 ; 0,2]$). Nous pouvons simplement dire que, suivant l'existence ou non du frottement, les paramètres in-situ et post-mortem sont affectés et qu'au-delà d'un $\mu = 0,2$ les évolutions de ces paramètres ne sont plus significatives.

II.1.4. Complément sur le problème d'incompressibilité

Comme nous l'avons vu au paragraphe II.1.2.2, le facteur de forme γ devient sensible aux paramètres matériau dès lors que la loi de comportement change de l'élasticité. Dans ce même paragraphe, il est mentionné que ces évolutions autour du seuil d'incompressibilité étaient peut-être ou peut-être pas due à une erreur d'origine numérique. Alors qu'en est-il réellement ? Pour nous donner d'autres éléments de réponses, nous avons extrait des simulations faisant varier ν , le paramètre géométrique H_{bour} . De ces résultats numériques, voici ci -dessous la courbe représentant H_{bour} en fonction de ν .



Remarque : Voilà un résultat pour le moins étonnant. En diminuant progressivement les variations de volume, jusqu'à tendre vers un volume quasi constant, on aurait pu s'attendre à une évolution monotone de la valeur de H_{bour} . Or, celui-ci chute en se rapprochant de l'incompressibilité.

On peut émettre l'hypothèse comme quoi la hauteur du bourrelet serait maximum pour un matériau incompressible, nous sommes tentés de penser que ce type de simulation n'est pas valide aux limites du paramètre ν . Ceci demanderait confirmation par d'autres simulations.

II.1.5. Conclusion sur l'indentation conique

Les informations dégagées par cette étude ne sont que la continuité des travaux réalisés dans le domaine de l'indentation conique. Les premiers résultats fournissaient des renseignements sur la cinématique de l'essai et sur ses répartitions de contraintes.

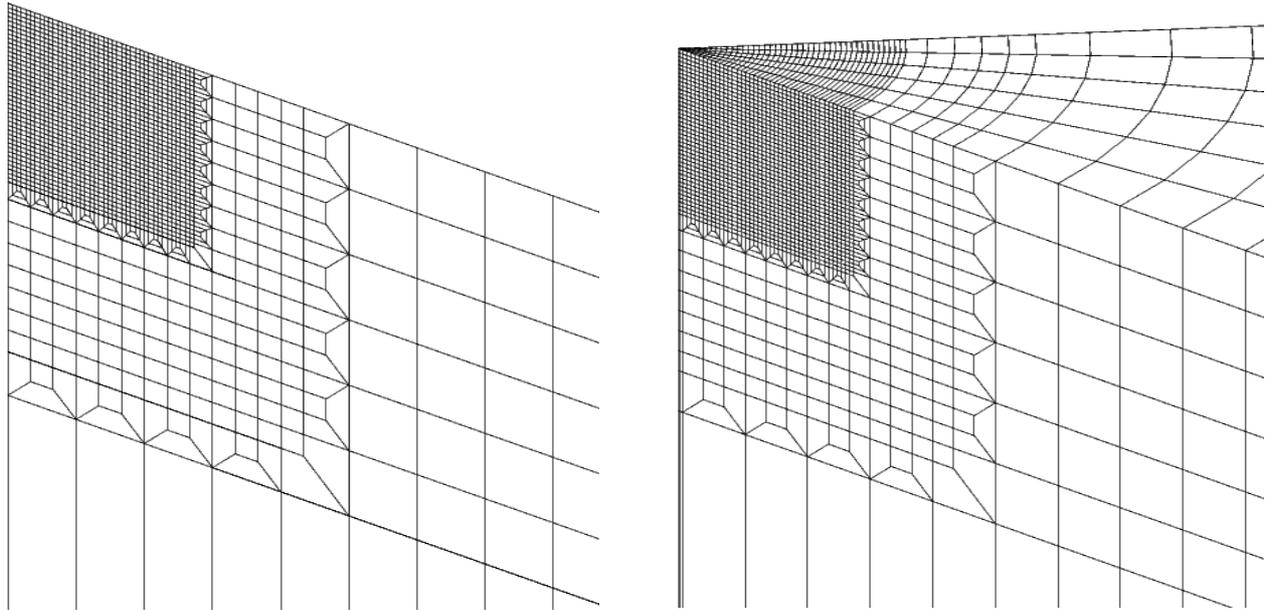
Nous avons essayé de démontrer la fiabilité de la simulation numérique dans un domaine de validité précis. Force est de constater qu'en ce qui concerne les verres métalliques, les paramètres matériau entrent bien dans ce domaine. Même si les lois de comportements ne reflètent pas ce qui se passe réellement, nous avons la possibilité de faire des comparaisons intéressantes avec des résultats expérimentaux, afin d'adapter ces lois pour coller au mieux à la réalité. En outre l'implantation d'une loi viscoplastique avec un coefficient de viscosité sensible à la contrainte modélisant ainsi plus fidèlement la densification matérielle observée.

II.2. Indentation Vickers

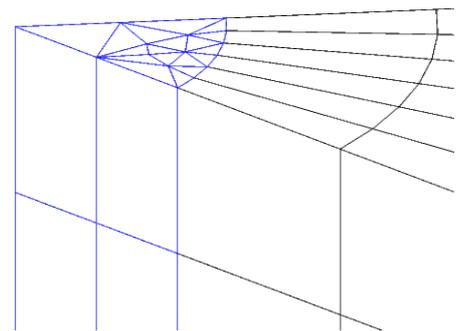
II.2.1. Le maillage

La modélisation d'un essai d'indentation Vickers ne peut être faite qu'en 3D. Nous avons donc du faire face à un problème de nombre d'éléments (cf. [16] & [19]). La stratégie adoptée pour réduire ce nombre lors de la création du volume à indenter, fut de ne modéliser qu'un huitième de Vickers étant donné les symétries de sa géométrie. Ensuite nous n'avions plus qu'à mettre en rotation une surface maillée pour créer le massif. Cette méthode est plus adéquate qu'une translation car la rotation conserve une finesse de maillage près de son axe.

Cependant, le maillage de la surface de base réalisée avec l'opérateur *SURF* génèrait encore trop d'éléments et il nous a fallu concevoir nous même le maillage afin de l'alléger. Son principe est simple, trois zones maillées en quadrangles linéaires de finesses différentes (fine, moyenne et grossière). Ces trois zones sont reliées entre-elles par des zones de quadrangles de transition comme le montre le schéma ci-après.



Ce type de maillage génère alors des prismes à huit nœuds sur tout le volume. Sur le volume voisin de l'axe de rotation il a fallu changer le type d'élément car il est impossible de générer des prismes à huit nœuds en mettant en rotation un quadrangle dont un côté est sur l'axe de rotation. Nous avons donc créé une surface de raccord maillée avec des éléments triangulaires et translaté le tout le long du massif (ci-contre en bleu). Le maillage ainsi obtenu reste régulier tout en nous fournissant la précision nécessaire autour de la zone influencée par l'indentation.



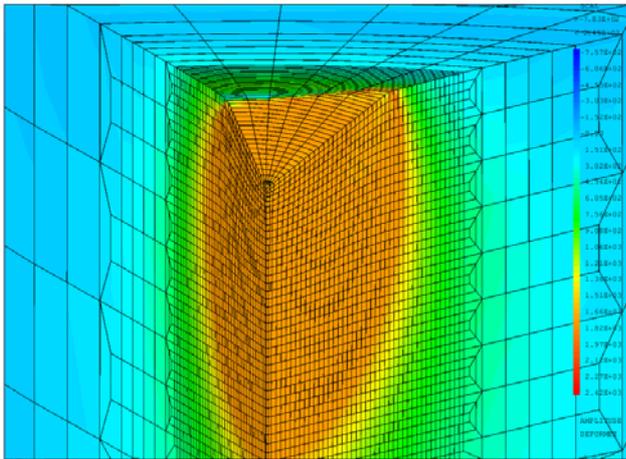
II.2.2. Paramétrage du calcul et résultats

II.2.2.1 Calcul élasto-plastique parfait

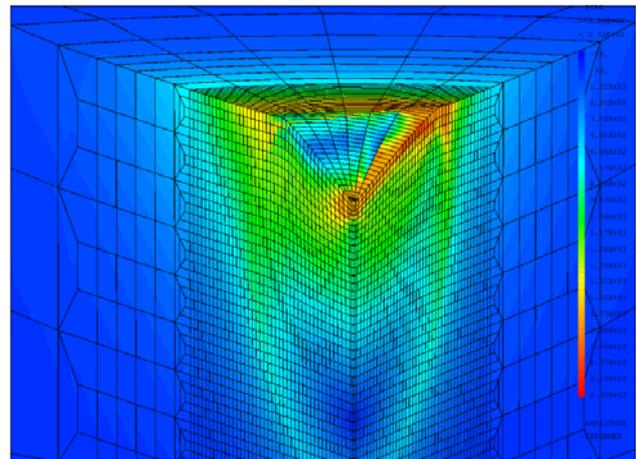
On considère pour ce calcul un matériau élasto-plastique parfait avec comme paramètres $E = 90000 \text{ MPa}$, $\nu = 0,21$ et $\sigma_y = 1800 \text{ MPa}$. Les différentes itérations sont faites en grandes rotations, grands déplacements et grandes déformations. Une loi de frottement type Coulomb a été intégrée à l'interface indenteur massif, avec $\mu = 0,1$. Les graphes ci-après sont tirés de cette simulation et nous montrent la répartition de la contrainte de Von-Mises en charge maximum et après la décharge.

Echelle : $0 \rightarrow 2000 \text{ MPa}$

Contraintes de Von-Mises en charge maximum



Contraintes de Von-Mises après décharge

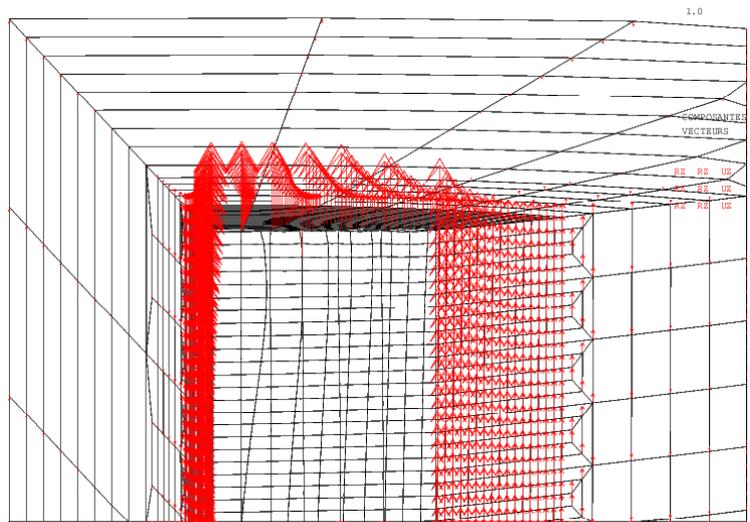


Remarque1 : Les contraintes sur chaque élément sont calculées exactement aux points de Gauss et sont réparties dans l'élément par extrapolation. C'est pourquoi, certaines valeurs de contrainte équivalente dépassent le seuil de plasticité.

Remarque2 : La géométrie de l'empreinte d'indentation Vickers, de part ses discontinuités, laisse une concentration de contrainte importante sur l'arête (à votre droite). De plus la répartition chaotique de ces contraintes après décharge, nous laisse entrevoir sa complexité.

Remarque3 : On peut remarquer les fuseaux résiduels de contraintes superposables avec la frontière de plasticité en charge maximum. C'est par ce chemin que la contrainte équivalente est remontée lors de la décharge.

De part son irrégularité, l'essai d'indentation Vickers répartit non seulement les contraintes sur sa géométrie, mais également la forme du bourrelet après le retour élastique. Sur le schéma ci-contre, on observe une coupe suivant le plan du bourrelet. Les vecteurs en rouge sont proportionnels au déplacement vertical de chaque nœud. Ceux-ci, de la face de l'indenteur à son arrête, semblent s'atténuer. Cette géométrie du bourrelet correspond donc qualitativement aux observations expérimentales sur le même type d'essai. Cependant, il semble que dans la réalité, cette différence soit plus marquée.



II.2.2.2 Comparaison avec d'autres lois de comportements

Pour se donner une vision plus large de l'effet des lois de comportements et de leurs paramètres sur cet essai, nous avons simulé la même indentation (même profondeur, même maillage, même vitesses, et cætera) avec quatre lois différentes (Elasto-plastique avec et sans écrouissage cinématique et deux modèles de Drucker - Prager avec et sans écrouissage). Les paramètres de ces lois sont les suivants :

➤ **Elasto-plastique parfait :**

$$E = 90000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,21$$

$$\sigma_y = 1800 \text{ MPa}$$

➤ **Drucker - Prager Parfait :**

$$E = 71500 \text{ MPa} \quad K = Kl = 1894 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,21 \quad \alpha = \gamma = \eta = 0,05$$

$$\sigma_y = 1800 \text{ MPa} \quad \beta = \delta = \mu = 1$$

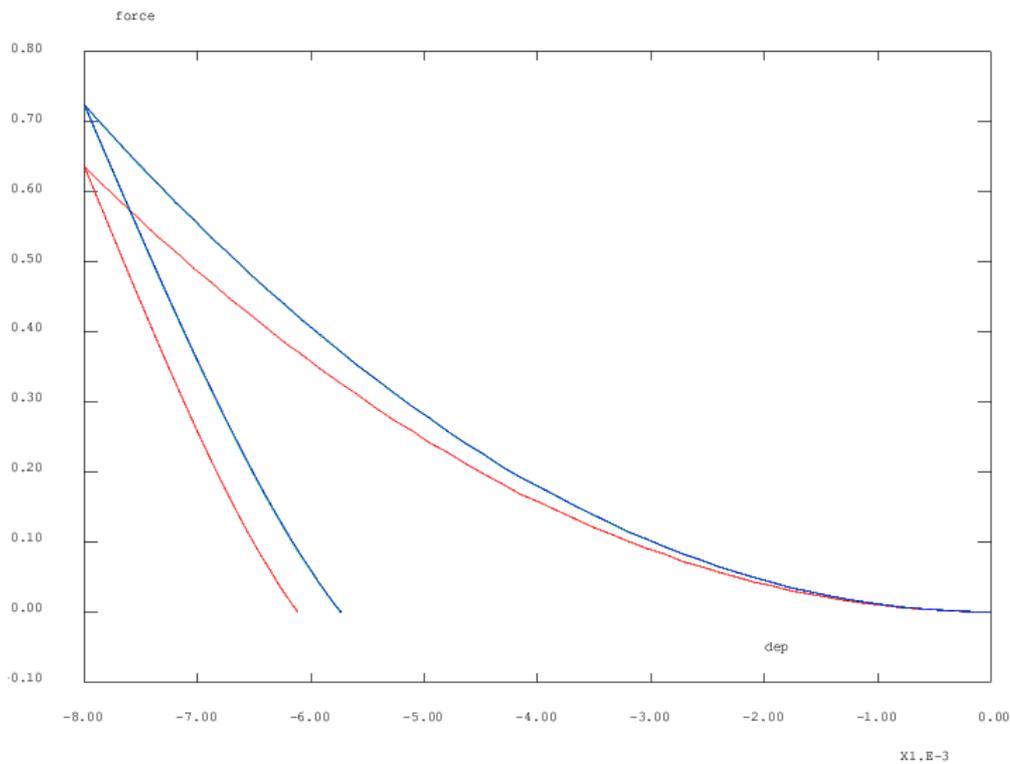
Nous avons comparé l'influence de ces lois sur un paramètre géométrique post-mortem, en l'occurrence la hauteur de bourrelet maximum :

Type de loi de comportement	Écrouissage	Hauteur de bourrelet maximum
Elasto-plastique	Non	348 nm
	Oui	343 nm
Drucker - Prager	Non	339 nm
	Oui	333 nm

Ces résultats montrent que nous sommes dans un ordre de grandeur comparable à celui de l'expérience. Cependant, nous aurions du mal à discriminer ces résultats en fonction des lois de comportements. En effet, les variations des hauteurs sont de l'ordre du ηm .

De ces simulations, nous avons aussi extrait les courbes force/déplacement (déplacement vertical du point du massif juste sous l'indenteur) de trois des lois de comportements simulés (l'élasto-plastique avec écrouissage nous ayant donné quelques problèmes à la restitution). Ci-dessous le graphique représentant ces courbes.

Légende : **rouge : élasto-plastique parfait**
bleu : Drucker – Prager parfait



II.2.3. Conclusion sur l'indentation Vickers

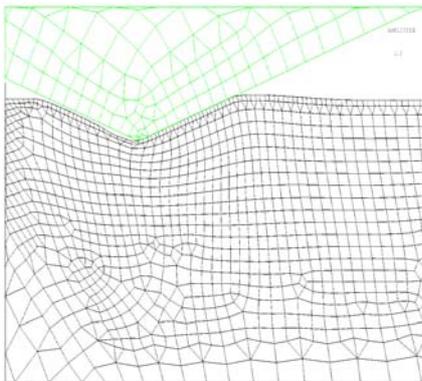
Cet essai, relativement gourmand en ressource de calcul, possède une géométrie très particulière. Ceci à pour principal effet de perturber la répartition des caractéristiques mécaniques post-mortem. Ces résultats ne représentent que la première étape du travail de caractérisation de l'essai d'indentation Vickers, mais fournissent des informations importantes sur les différents lois de comportements utilisés.

II.3. Essai de rayage 2D

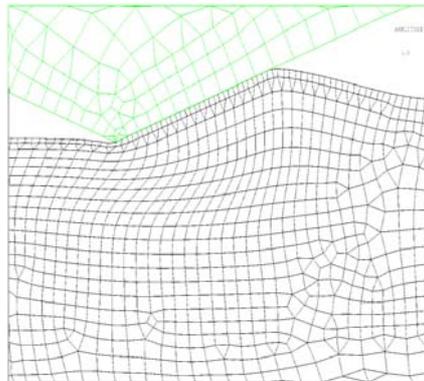
II.3.1. Réalisation de l'essai et déformée

Dans un premier temps et avant de passer à la modélisation d'essais de rayages plus réalistes, nous nous sommes concentrés sur le rayage 2D. Cet essai de rayage représente une coupe en déformation plane du massif que l'on indente par une pointe sur $10 \mu m$. Le rayage commence, une fois le matériau indenté, par une translation de la pointe sur $80 \mu m$ puis l'indenteur remonte pour décharger le matériau. Tous les déplacements de l'indenteur sont pilotés en vitesse ($-10 \mu m.s^{-1}$ vertical entre $0s$ et $1s$, $40 \mu m.s^{-1}$ horizontal entre $1s$ et $3s$ et $10 \mu m.s^{-1}$ vertical entre $3s$ et $4s$). Le matériau est élasto-plastique parfait ($E = 90000 MPa$, $\nu = 0,21$ et $\sigma_y = 1800 MPa$). On peut voir ci-dessous les différentes étapes de la déformation de cet essai

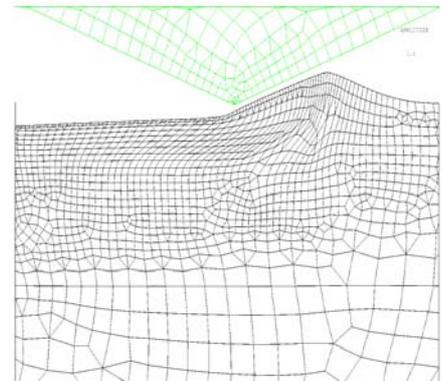
Apparition du front de rayage



Retour élastique en aval du rayage



Décharge



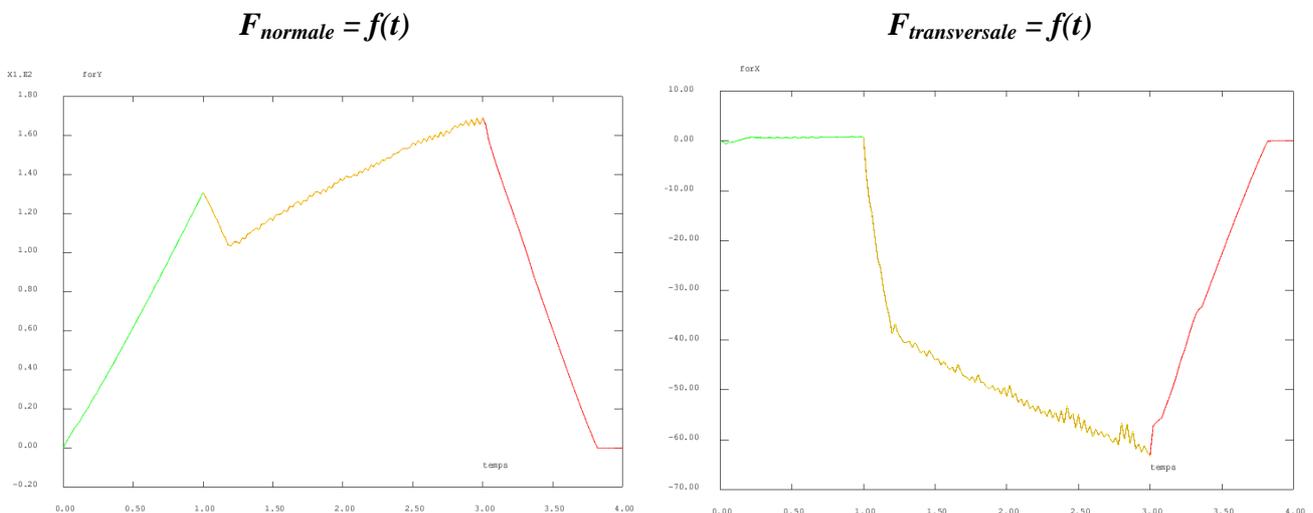
Malgré la courte distance de rayage, on peut tout de même constater que les éléments sous le sillon, en fin d'essai, se retrouvent extrêmement aplatis. On peut donc craindre la non-convergence du calcul si la distance de rayage devient plus grande. D'autre part, le sillon initialement horizontal

pendant l'indentation et après le retour élastique, remonte et révèle une pente après la décharge. Cette pente doit être sûrement localisée aux alentours du bourrelet de front de rayage et n'est peut-être pas visible au tout début du sillon. Simuler un rayage sur une distance plus importante grâce à une méthode de remaillage, mettrait peut-être en évidence ce phénomène ainsi que la zone stationnaire de rayage que l'on verra par la suite.

II.3.2. Forces normales et transversales

Afin de se rendre mieux compte des efforts mis en jeux lors de chaque phase de cet essai, nous avons tracé les courbes des efforts normaux et transversaux en fonction du temps. Ces courbes, représentées ci-dessous, ont été décomposées chacune en trois parties de couleurs différentes.

Légende :
vert : indentation ($t \in [0s ; 1s]$)
jaune : rayage ($t \in [1s ; 3s]$)
rouge : décharge ($t \in [3s ; 4s]$)



Remarque : Que ce soit pour la force normale ou transversale, on s'aperçoit assez vite que le rayage est en mode transitoire de part la non-stabilité des valeurs des efforts.

Décomposons l'analyse de ces deux entités. Dans le cas de l'effort normal, une fois l'indentation réalisée, la courbe en rayage ne cesse de croître (abstraction faite de ce qui semble être une chute de cette valeur liée à un artefact de calcul) mais sa pente devient de plus en plus faible.

Cette portion de courbe se serait sûrement stabilisée, si le rayage avait duré plus longtemps. On peut expliquer cet accroissement ralenti par la zone déformée par indentation qui allège l'effort normal lorsque cette zone est proche de l'indenteur. Mais plus l'indenteur s'éloigne de cette zone privilégiée plus il est dur de se maintenir à profondeur égale (d'où la croissance). On s'attend par la suite à trouver un mode de rayage stationnaire avec une hauteur de bourrelet constant sur le front de rayage, des efforts constants et des éléments déformés de la même manière (d'où le ralentissement). Il en est de même avec la force transversale, la stabilité de celle-ci n'est pas encore atteinte.

On peut se poser la question de savoir si cette stabilité est réaliste lors d'un essai de rayage ou si les composantes de l'effort mis en jeu ne cessent de croître jusqu'à une rupture faisant chuter ces valeurs pour réaugmenter et cætera.

II.3.3. Conclusion sur le rayage 2D

Cette simulation manque de précision en terme de longueur de rayage mais fournit tout de même des informations intéressantes sur la formation du sillon. Par rapport à un essai de rayage expérimental, la simulation met en évidence les effets transitoires liés à l'initialisation de celui-ci. Les efforts mis en jeu n'auraient sûrement pas eu la même forme si la rayure avait été amorcée par une approche transversale (pénétration de la matière en même temps que le mouvement de rayage). La prochaine étape est de modéliser un essai de rayage suffisamment long pour conclure sur l'hypothétique présence du mode de rayage stationnaire.

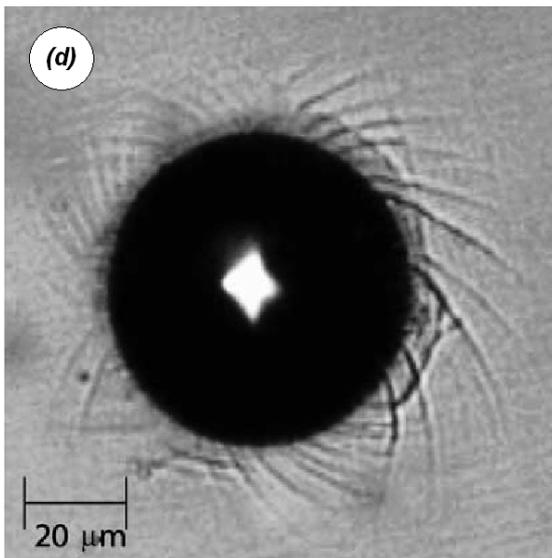
II.4. Conclusion pour notre cas

Aux vus de toutes les simulations réalisées, nous sommes tentés de penser que celles-ci conduisent à des résultats qui, d'une certaine manière, sont relativement proches de la réalité macroscopique ou tout du moins de la théorie. La prochaine étape consiste donc à confronter les résultats de la simulation avec l'expérience afin de discriminer des lois de comportements capable de rendre compte le moins mal possible le comportement d'un verre métallique.

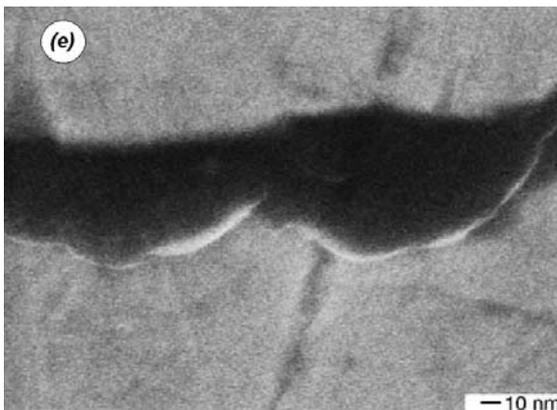
III. Lois de comportements et simulations éléments finis

III.1. Les particularités des verres métalliques en indentation

III.1.1. Les bandes de cisaillement



Micrographie montrant les bandes de cisaillement développées par une indentation sphérique avec une charge maximale de 20 N (extrait de [1])



Micrographie montrant le jet de matière dépassant d'une bande de cisaillement débouchante (extrait de [2])

Comme nous l'avons vu au paragraphe I.3., le verre métallique développe des bandes de cisaillements lors d'un essai d'indentation (cf. figure (d)). A la différence des fissures, les bandes de cisaillement ne développent pas de rupture brutale de la matière mais une fluidification localisée de celle-ci. Cette perte de rigidité locale est due à un état thermodynamique de la matière (lié à l'état de contrainte) équivalent à une hausse de la température. L'effet produit est une chute de la viscosité permettant alors aux plans situés de part et d'autre de cette frontière fluide, de glisser l'un sur l'autre. On peut observer cet état thermodynamique sur une bande débouchante (cf. figure (e)). En effet, sur les bords de la marche est sculpté comme une matière visqueuse qui se serait brutalement fait expulser de sa faille.

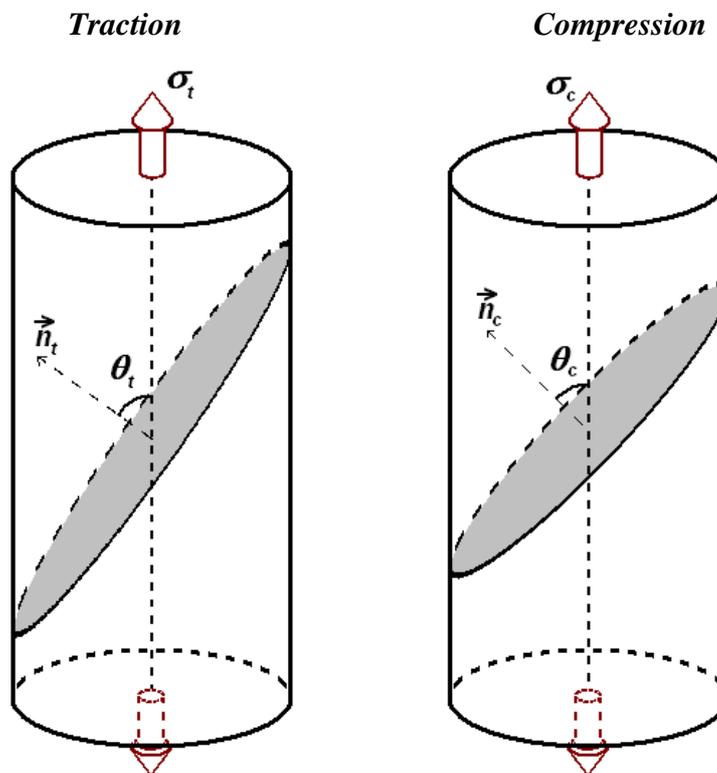
Cette déformation localisée n'implique pas les mêmes mécanismes que des fissures et ses effets au niveau macroscopique implique une modélisation particulière (on ne saurait se contenter d'un simple critère de Von Mises pour ce genre de matériaux). Il reste tout de même à définir les conséquences d'un tel

mécanisme, pour pouvoir les intégrer dans un critère représentatif du verre métallique.

III.1.2. Comportement différent en traction ou compression

Au delà du mécanisme de déformation irréversible présenté au paragraphe III.1.1., Nous allons essayer de nous intéresser au comportement macroscopique du verre métallique. Plus précisément, nous désirons connaître la sensibilité à la pression hydrostatique du critère de rupture de ce matériau.

Pour ce faire, nous considérerons deux éprouvettes de verre métallique. L'une mise en traction et l'autre en compression. L'expérience consiste à déterminer les charges critiques à la rupture σ_t & σ_c ainsi que les angles des plans de rupture θ_t & θ_c . On notera \vec{n}_t & \vec{n}_c , les normales aux plans de rupture.



L'expérience donne ces résultats :

Type d'essai	Composante	Critère de rupture (MPa)	Angle de rupture (°)
Traction		$\sigma_t = 1600$	$\theta_t = 54^\circ$
Compression		$\sigma_c = -1800$	$\theta_c = 45^\circ$

Même à l'échelle macroscopique, les réponses du verre métallique sont influencées par le mode de sollicitation et ne sauraient, en conséquence, être prises en compte par un critère indépendant de la pression hydrostatique.

III.2. Simulation & résultats avec des lois dépendantes de la pression hydrostatique

III.2.1. Critère de Mohr – Coulomb

III.2.1.1 Définition du critère

Le critère de Mohr – Coulomb est utilisé dans des lois qui régissent généralement les sables ou tout autre type de matériaux similaires (cf. [20]). En effet ces matériaux se déforment par des glissements de plans dus à une contrainte de cisaillement. Cependant l'intensité qu'il faut fournir pour atteindre la déformation est liée à la contrainte normale qui s'exerce sur ces plans.

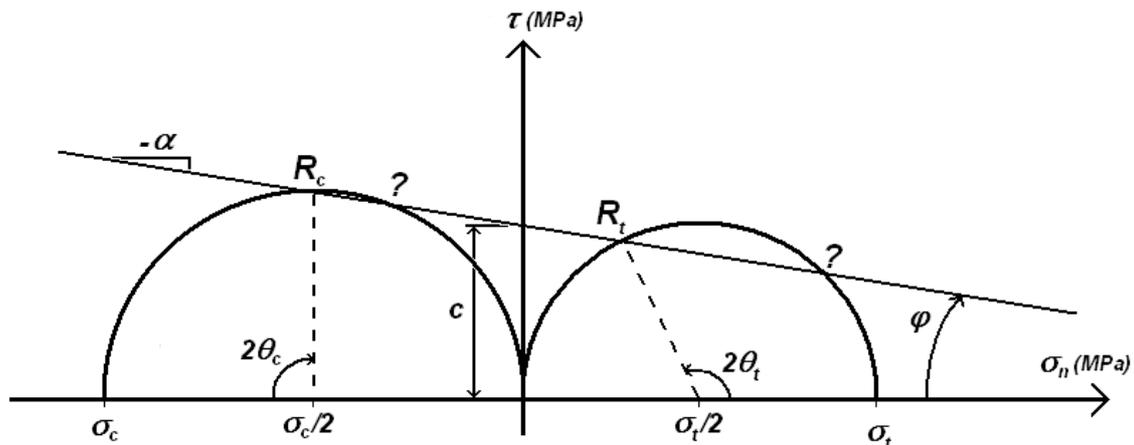
La limite élastique de Mohr – Coulomb est donc représentée dans le plan de Mohr par une droite de pente non nulle¹¹. Deux paramètres suffisent pour définir la frontière : φ l'angle de friction¹² ou α la pente de la frontière et c la cohésion¹³.

A l'aide des résultats présentés en III.1.2 et sous hypothèse de coïncidence entre limite à la rupture et limite élastique pour le matériau considéré (hypothèse raisonnable car le verre métallique est considéré comme fragile à température ambiante), on peut calculer les paramètres définissant le critère de Mohr – Coulomb.

¹¹ Par opposition au critère de Tresca qui dans le plan de Mohr est représenté par une droite de pente nulle (indépendance du critère vis à vis de la contrainte normale)

¹² Angle entre l'axe des contraintes normales et la droite frontière dans le plan de Mohr

¹³ Cisaillement critique pour $\sigma_n = 0$



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_n(R_t) = \frac{\sigma_t}{2} (1 + \cos(2 \cdot \theta_t)) = 553 \text{ MPa} \\ \tau(R_t) = \frac{\sigma_t}{2} \cdot \sin(2 \cdot \theta_t) = 761 \text{ MPa} \\ \sigma_n(R_c) = \frac{\sigma_c}{2} = -900 \text{ MPa} \\ \tau(R_c) = -\frac{\sigma_c}{2} = 900 \text{ MPa} \end{array} \right. \quad \text{avec pour équation du critère } \tau = -\alpha \cdot \sigma_n + c$$

On obtient alors $\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \arctg(\alpha) = 6,87 \\ c = 812 \text{ MPa} \end{array} \right.$

III.2.1.2 Application à l'indentation sphérique

Afin de tester ce critère, nous avons simulé un essai d'indentation sphérique¹⁴ avec le critère de Mohr – Coulomb. Nous avons choisi un essai de ce type pour ses aptitudes à travailler en compression et ainsi pour observer les caractéristiques du critère de Mohr – Coulomb plus facilement. Le critère que nous avons intégré dans le calcul, n'est pas le vrai critère de Mohr – Coulomb. C'est une approximation hyperbolique de celui-ci (cf. [12]) qu'utilise la loi *RH_COULOMB* de *Cast3M*.

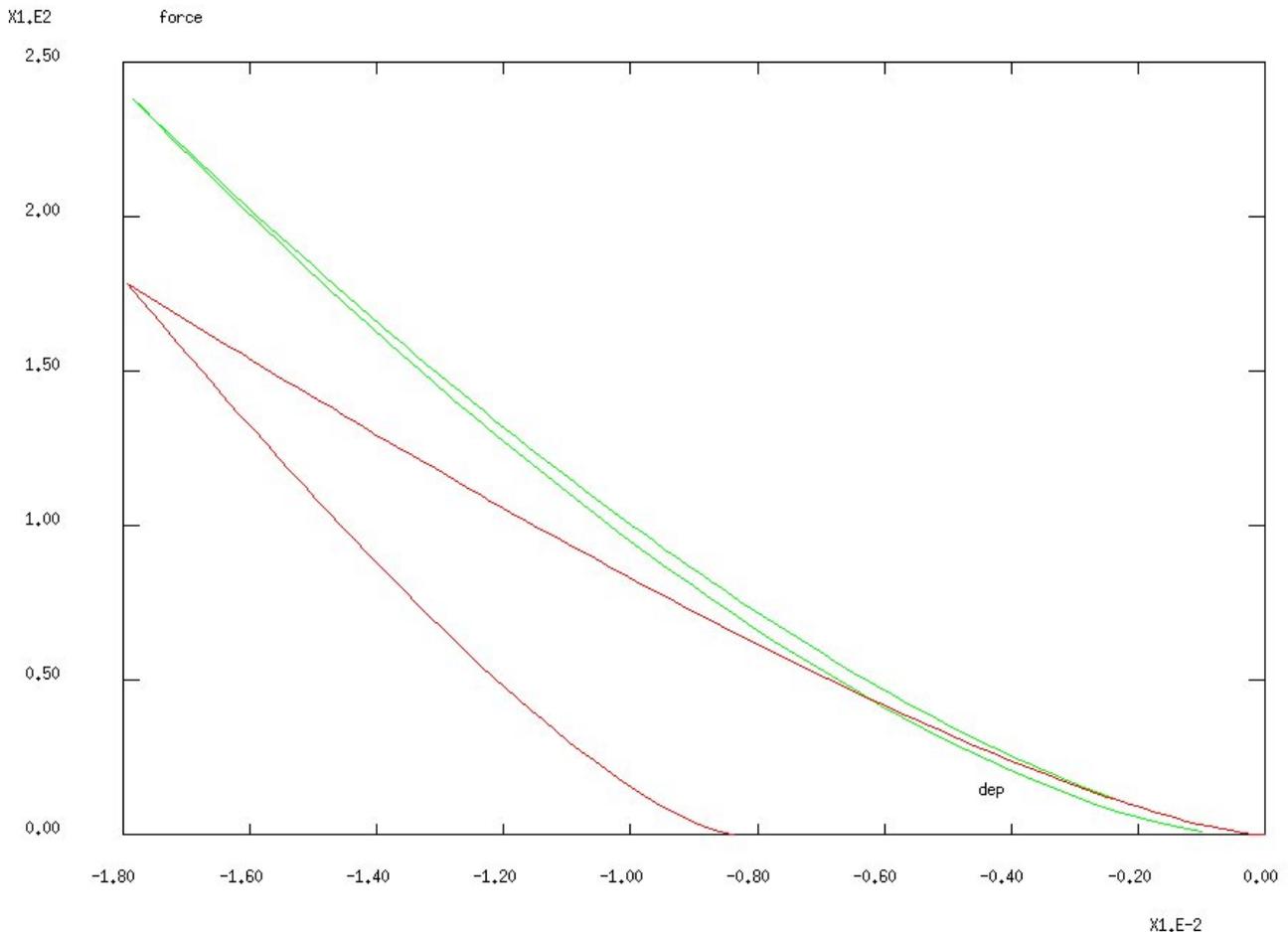
Afin de se rendre compte des changements mis en jeu, nous allons réaliser une comparaison entre un les courbes force / déplacement des critères de Von Mises et de Mohr – Coulomb. Ces courbes ont été tracées par le même programme, seules les lois de comportement ont été modifiées.

Légende : - **Von Mises** : $E = 90000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,23$ $\sigma_y = 1800 \text{ MPa}$

- **Mohr-Coulomb** : $E = 90000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,23$ $\varphi = 6,87$; $c = 812 \text{ MPa}$

Ci-après les courbes force / déplacement :

¹⁴ Mêmes options de calcul que pour l'indentation conique ; seul la géométrie et le maillage de l'indenteur ont été modifiés.



Remarque : Sur ce graphique, on peut voir la très nette tendance du critère de Mohr – Coulomb à être beaucoup moins dissipatif que celui de Von Mises. Cette tendance est évidemment accentuée par le type d’essai mis en jeu

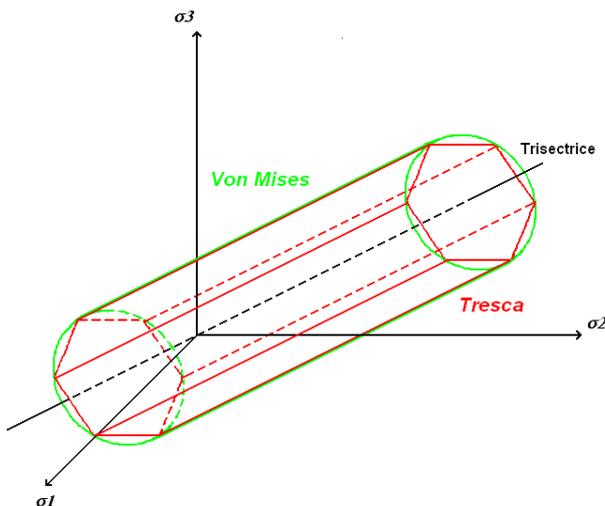
III.2.2. Approximation par Drucker – Prager

Afin de comparer les résultats expérimentaux d’une indentation Vickers avec un jeu de lois de comportement (dont Mohr – Coulomb), il nous a fallu passer d’un calcul 2D à un calcul 3D avec une loi de comportement élasto-plastique intégrant un critère de Mohr – Coulomb. Si dans *Cast3M*, nous avons pu trouver une loi approximée¹⁵ de ce critère pour l’indentation sphérique, celle-ci n’est valable que sur un calcul axisymétrique ou en déformation plane. Nous avons du trouver un autre critère pour palier au problème.

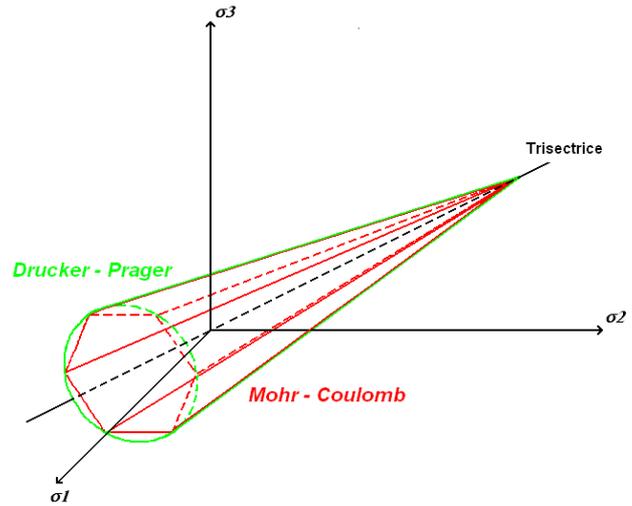
¹⁵ RH_COULOMB : cf. « INFO MATE ; » dans *Cast3M* ou III.2.1.2. ou [12]

De la même manière que l'on fait le rapprochement entre les critères de Von Mises et Tresca, on peut faire le rapprochement entre Drucker – Prager et Mohr – Coulomb. Ci-dessous, la schématisation des quatre critères.

Von Mises / Tresca
(dans l'espace des contraintes principales)



Drucker – Prager / Mohr – Coulomb
(dans l'espace des contraintes principales)



On ne commet donc pas plus d'erreurs en passant d'un critère VM¹⁶ à un critère de Tresca qu'en passant d'un critère DP¹⁷ à un critère MC¹⁸. Nous utiliserons donc, entre autre, la loi élasto-plastique avec critère DP pour les comparaisons numérique / expérience qui vont suivre.

III.2.3. Comparaison numérique / expérience

Afin de comparer précisément les résultats expérimentaux avec ceux fournis par la simulation sous *Cast3M*, nous avons entré les paramètres exacts du matériau pour chaque loi de comportement (voir la liste ci-dessous) ainsi que la même profondeur d'indentation $3,11 \mu m$, le même temps de charge et de décharge $15 s$ (donc les mêmes vitesses) et la même géométrie de l'indenteur (*demi-angle* = 74°) pour l'expérience et la simulation.

Loi Elastique

$$E = 81600 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,36$$

¹⁶ Von Mises

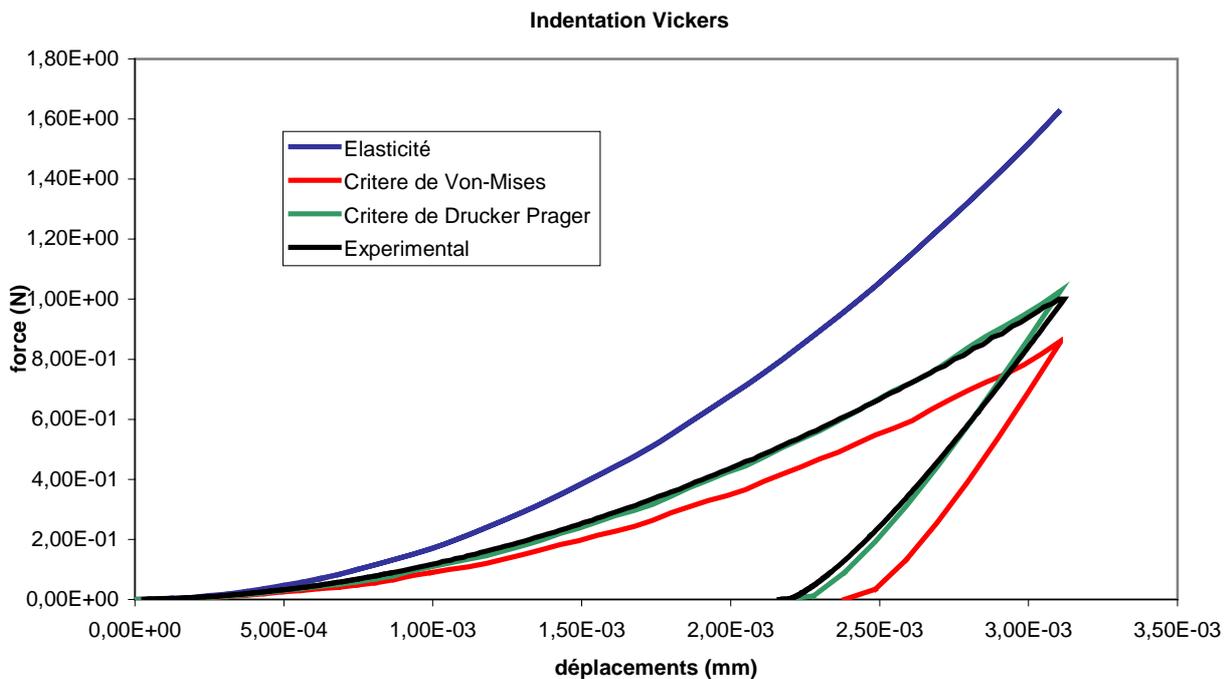
¹⁷ Drucker - Prager

¹⁸ Mohr - Coulomb

<i>Loi Elasto-Plastique</i>	$E = 81600 \text{ MPa}$	$\sigma_y = 1610 \text{ MPa}$
<i>avec critère de Von Mises</i>	$\nu = 0,36$	
<i>Loi Elasto-Plastique</i>	$E = 81600 \text{ MPa}$	$\sigma_y^{traction} = 1600 \text{ MPa}$
<i>avec critère de Drucker - Prager</i>	$\nu = 0,36$	$\sigma_y^{compression} = 1800 \text{ MPa}$

III.2.3.1 Comparaison force / déplacements

Une fois toutes ces précautions prises, nous pouvons comparer les courbes force / déplacement¹⁹. Les courbes ont été réalisées sur Excel à l'aide des points caractéristiques fournis par la procédure @EXCELI²⁰ de Cast3M et du logiciel de traitement suite à l'indentation expérimentale. Voici ci-dessous ce que nous obtenons.



Remarque 1 : Il faut avouer qu'aucun de nous ne s'attendions à de tels résultats. Il était prévisible que ce type de critère soit plus proche de la réalité que son homologue Von Mises mais faire concorder à ce point l'expérimental et la simulation, c'est un résultat inespéré.

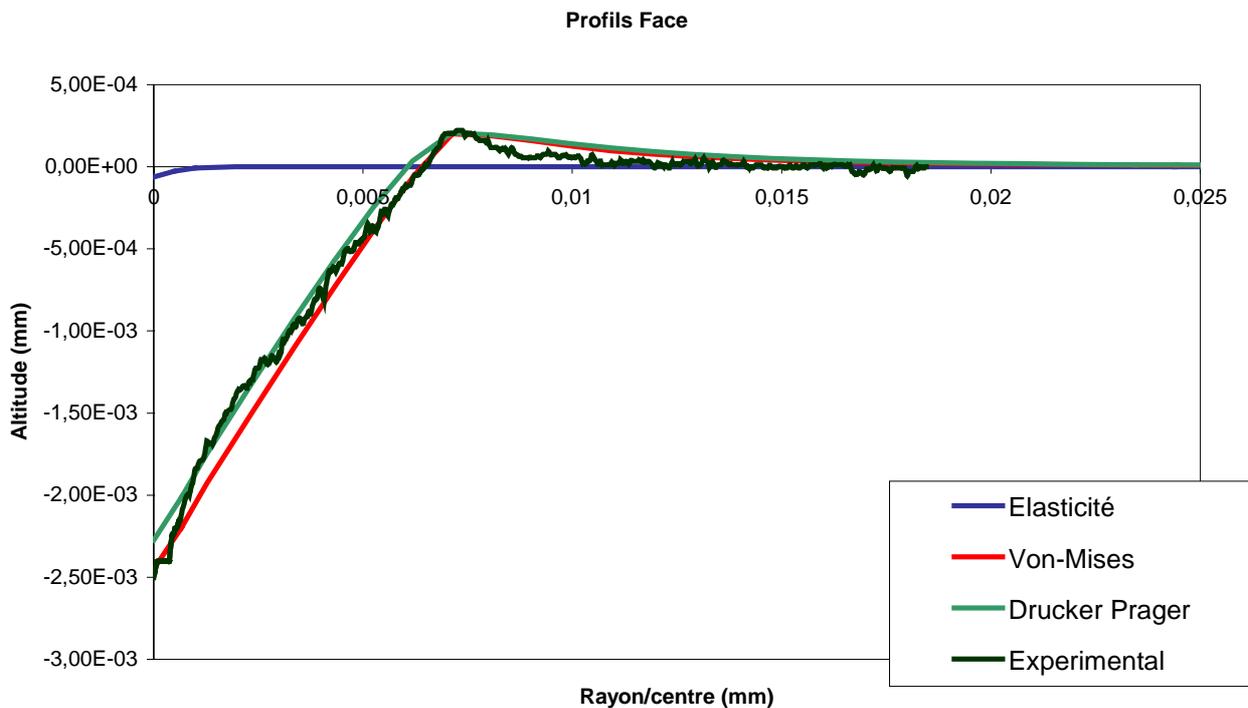
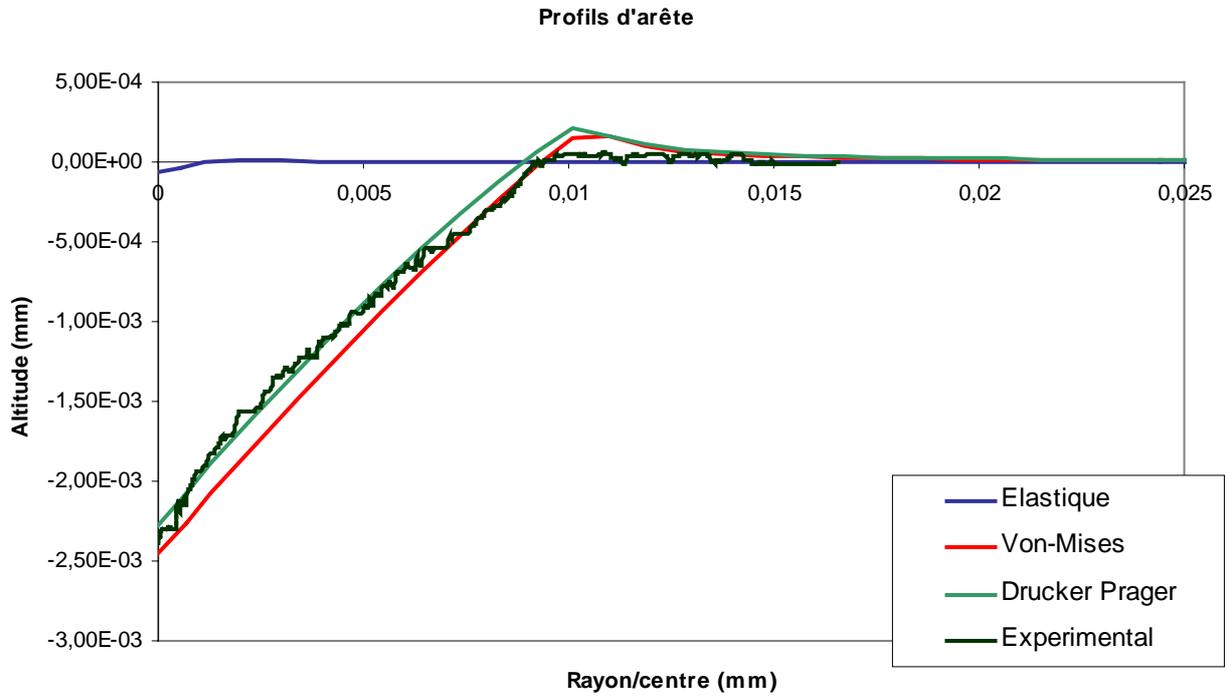
Remarque 2 : Une comparaison similaire à été réalisée par M. Vaidyanathan (cf. [2]) et donne les mêmes résultats ce qui est plutôt encourageant.

¹⁹ On entend par force la résultante à appliquer sur l'indenteur et par déplacement la profondeur d'indentation in-situ

²⁰ Procédure convertissant un objet EVOLUTION en fichier Excel

III.2.3.2 Profils de face et d'arête

D'un point discriminatoire, la comparaison des profils d'empreinte devrait se montrer plus exigeante et plus précise. Voici ci-dessous les profils de face (ligne médiane de face) et d'arête.



Remarque 1 : Les points caractéristiques de la courbe expérimentale ont été obtenus grâce au microscope confocale.

Remarque 2 : Le profil de fond d’empreinte, mis à part les fluctuations expérimentales, correspond assez bien avec le profil fourni par le critère DP. On observe tout de même un décrochement du profil réel aux alentours du bourrelet. De plus la simulation garde une hauteur de bourrelet non réaliste sur l’arête.

III.2.4. Validation de l’évaluation du module réduit

Dans le cadre de la prédiction des caractéristiques matérielles élastique par essai d’indentation, une formule à été trouvé (cf. [3] & [5]) pour évaluer le module d’Young réduit²¹. C’est l’occasion de tester la fiabilité de cette formule en même temps que la loi DP. On évalue le module réduit E_r par $E_r = \frac{\sqrt{\pi} \cdot S_{max}}{2 \cdot \sqrt{A_c}}$ avec S_{max} la pente à l’origine de le décharge et A_c l’air de contact en charge maximum ($A_c = 24,5 \cdot h_c^2$ pour un Vickers avec h_c la hauteur de contact).

Nous avons deux moyens de trouver cette hauteur. La première est de créer une procédure gibiane capable d’extraire le point de contact supérieur, et d’en extraire la hauteur recherchée. La deuxième est d’utiliser la formule $h_c = h_{max} - \varepsilon \cdot \frac{P_{max}}{S_{max}}$ que propose la méthode d’évaluation (avec respectivement h_{max} & P_{max} la profondeur d’indentation & la force en charge maximum et avec ε coefficient égal à 0,72 pour un indenteur Vickers). Les deux méthodes ont été réalisées et voici ce les résultats :

<i>Loi de comportement</i>	<i>Méthode</i>	<i>E_r par formule d’évaluation (MPa)</i>	<i>Erreurs / à la valeur théorique (%)</i>	<i>E_r par procédure de recherche (MPa)</i>	<i>Erreurs / à la valeur théorique (%)</i>
<i>Elastique</i>		95048	2,3	87321	6
<i>Von Mises</i>		102548	10,37	96821	4,2
<i>Drucker - Prager</i>		101664	9,41	93285	0,4

²¹ Assimilation des modules du matériau et de l’indenteur

NB : la formule donnant le module réduit théorique est $E_r = \frac{1}{\frac{1-\nu_{ind}^2}{E_{ind}} + \frac{1-\nu_{mat}^2}{E_{mat}}} = 92914 \text{ MPa}$ avec

ν_{ind} , ν_{mat} , E_{ind} & E_{mat} respectivement les coefficients de poisson et les modules d'Young de l'indenteur et du matériau.

Les résultats émanant de la procédure de recherche montrent encore une fois la précision du critère DP par rapport aux deux autres. Par contre ceux de la méthode d'évaluation montrent une tendance générale à la surévaluation. Peut être est-ce du au coefficient ε .

III.2.5. Conclusion & réserves

Que ce soit par les comparaisons des profils, des courbes force / déplacement ou des modules mis en jeu, nous trouvons à chaque fois que le critère le plus adapté est un critère dépendant de la pression (Mohr – Coulomb ou Drucker – Prager).

Cependant, les résultats fournis ne représentent qu'un type de simulation. Ils n'ont été trouvés que pour un jeu précis de paramètres et pour une géométrie particulière d'indenteur. Nous ne pouvons donc conclure sur la validation formelle d'une telle loi. Il faut alors considérer ces premiers constats comme une piste intéressante dans la recherche de notre loi de comportement vraie.

III.3. Introduction sur la loi visqueuse

III.3.1. Pourquoi une loi visqueuse

Dans un essai d'indentation, l'empreinte résulte d'une variation de volume importante. Mais la question « *Comment a été perdu ce volume ?* » est encore sans réponses. La seule certitude que nous ayons est qu'il y a un phénomène dissipatif. Quels choix avons nous : plasticité, viscosité, endommagement et cætera. Les chapitres III.1. & III.2. furent consacrés aux verres métalliques et au choix d'une dissipation par plasticité. Nous nous concentrerons donc dans celui-ci sur les verres d'oxyde (cf. I.2.1.) et sur l'hypothèse d'une dissipation par viscosité.

III.3.2. Implantation dans un code de calcul éléments finis

III.3.2.1 Théorie d'implantation

On considère un matériau élastique en petite perturbation. On rajoute par le biais d'une équation supplémentaire, un comportement visqueux avec un paramètre de viscosité η dépendant de la pression. La loi ainsi décrite est dite sans seuil car elle prend en compte pour tout état de contrainte l'élasticité et la viscosité même si cette dernière est négligeable.

- (1)
$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^e + \underset{\sim}{\varepsilon}^v$$
 découplage dans le cadre de l'HPP
- (2)
$$\underset{\sim}{\varepsilon}^e = \frac{1+\nu}{E} \cdot \underset{\sim}{\sigma} - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underset{\sim}{\sigma}) I$$
 loi de Hooke
- (3)
$$\underset{\sim}{\dot{\varepsilon}}^v = \frac{1}{\eta} S$$
 loi d'écoulement visqueux

Dans le cadre d'une prédiction des inconnues, les erreurs de ces trois lois au temps $(n+1) \cdot \Delta t$ (avec Δt l'incrément de temps), seront pris en compte par des résidus affectés aux équations (1), (2) & (3).

NB : La notation indicielle de l'avancement temporelle sera allégée de $(n+1) \cdot \Delta t$ à $(n+1)$

- (4)
$$\underset{\sim}{K}_{\varepsilon}^{n+1} = \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1} - \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^e - \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^v$$
- (5)
$$\underset{\sim}{K}_{\varepsilon^e}^{n+1} = \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^e - \frac{1+\nu}{E} \underset{\sim}{\sigma}_{n+1} + \frac{\nu}{E} \text{tr}(\underset{\sim}{\sigma}_{n+1}) I$$
- (6)
$$\underset{\sim}{K}_{\varepsilon^v}^{n+1} = \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^v - \frac{1}{\eta} S_{n+1} \Delta t$$

On pilote l'évolution de la loi par la variation de déformation. On peut donc maîtriser l'avancement temporel de la déformation.

(7)
$$\underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1} = \underset{\sim}{\varepsilon}_n + \underset{\sim}{\Delta \varepsilon}$$

La méthode consiste dans un premier temps à réaliser une prédiction élastique.

(8)
$$\begin{cases} \Delta \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^v = 0 \\ \Delta \underset{\sim}{\varepsilon}_{n+1}^e = \underset{\sim}{\Delta \varepsilon} \end{cases}$$

On calcul alors $\underline{\sigma}_{n+1}$ par la loi de Hooke (2) puis son déviateur \underline{S}_{n+1} et $\underline{\varepsilon}_{n+1}^v$. On calcul enfin

les résidus $\underline{K}_{\varepsilon}^{n+1,i=0}$, $\underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i=0}$ & $\underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i=0}$ pour finalement tester $\left| \underline{K}_{\varepsilon}^{n+1,i=0} \right| < T_{ol}^{22(*)}$. Si cette condition est vérifiée, la viscosité est effectivement négligeable et la prédiction élastique est donc vérifiée (pas de correction visqueuse).

Si la condition (*) n'est pas vérifiée, il faut une correction visqueuse. Elle se fait grâce à un développement de Taylor au premier degré. Le schéma de correction correspond à une méthode de résolution Newton – Raphson dont l'avancement est repéré par le second indice : i.

NB : Les inconnues sont représentés par les variations entre les incréments (i+1) et i : $\underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^e$,

$\underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^v$ & $\underline{\delta\sigma}_{n+1,i}$.

$$(9) \quad \begin{cases} \underline{K}_{\varepsilon}^{n+1,i+1} = \underline{K}_{\varepsilon}^{n+1,i} + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon}}{\partial \underline{\varepsilon}^e} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^e + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon}}{\partial \underline{\varepsilon}^v} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^v \\ \underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i+1} = \underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i} + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^e}}{\partial \underline{\varepsilon}^e} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^e + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^e}}{\partial \underline{\sigma}} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\sigma}_{n+1,i} \\ \underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i+1} = \underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^v}}{\partial \underline{\varepsilon}^v} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\varepsilon}_{n+1,i}^v + \left(\frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^v}}{\partial \underline{\sigma}} \right)_{n+1}^i : \underline{\delta\sigma}_{n+1,i} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon}}{\partial \underline{\varepsilon}^e} = \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon}}{\partial \underline{\varepsilon}^v} = -\underline{I} \\ \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^e}}{\partial \underline{\varepsilon}^e} = \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^v}}{\partial \underline{\varepsilon}^v} = \underline{I} \\ \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^e}}{\partial \underline{\sigma}} = -\frac{1+\nu}{E} \underline{I} + \frac{\nu}{E} \underline{I} \otimes \underline{I} \\ \frac{\partial \underline{K}_{\varepsilon^v}}{\partial \underline{\sigma}} = -\frac{\partial}{\partial \underline{\sigma}} \left(\frac{1}{\eta} \right) \otimes \underline{S} \cdot \Delta t - \frac{\Delta t}{\eta} \underline{K} \end{cases}$$

avec $\underline{K} = \underline{I} - \frac{1}{3} \underline{I} \otimes \underline{I}$ le projecteur déviatorique et $\underline{J} = \frac{1}{3} \underline{I} \otimes \underline{I}$ le projecteur sphérique

Nous cherchons à annuler les résidus. Le système (9) s'écrit donc

²² avec T_{ol} une limite fixée au préalable

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = K_{\tilde{\varepsilon}}^{n+1,i} - \delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^e - \delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^v \\ 0 = K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} + \delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^e - \frac{1+V}{E} \cdot \delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} + \frac{V}{E} \cdot \text{tr} \left(\delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} \right) I \\ 0 = K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} + \delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^v - \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{1}{\eta} \right) \otimes S_{n+1,i} \cdot \Delta t \right) : \delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} - \frac{\Delta t}{\eta} \cdot \delta S_{n+1,i} \end{array} \right.$$

En décomposant le système (10) en partie sphérique et déviatorique, on obtient les deux systèmes d'équations suivants.

$$(11\text{-dev}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta \tilde{e}_{n+1,i}^e + \delta \tilde{e}_{n+1,i}^v = \text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}}^{n+1,i} \right) \\ \frac{1+V}{E} \cdot \delta S_{n+1,i} - \delta \tilde{e}_{n+1,i}^e = \text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} \right) \\ \text{dev} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{1}{\eta} \right) \otimes S_{n+1,i} : \delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} \cdot \Delta t \right) - \delta \tilde{e}_{n+1,i}^v + \frac{\Delta t}{\eta} \cdot \delta S_{n+1,i} = \text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) \end{array} \right.$$

$$(11\text{-spher}) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{tr} \left(\delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^e \right) + \text{tr} \left(\delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^v \right) = \text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}}^{n+1,i} \right) \\ \frac{1+V}{E} \cdot \text{tr} \left(\delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} \right) - \text{tr} \left(\delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^e \right) - 3 \cdot \frac{V}{E} \cdot \text{tr} \left(\delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} \right) = \text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} \right) \\ \text{tr} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{1}{\eta} \right) \otimes S_{n+1,i} : \delta \tilde{\sigma}_{n+1,i} \cdot \Delta t \right) - \text{tr} \left(\delta \tilde{\varepsilon}_{n+1,i}^v \right) = \text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) \end{array} \right.$$

On choisit alors un η dépendant du cisaillement tel qu'il baisse la viscosité du matériau lorsque la contrainte augmente.

$$\eta(\tau) = \frac{\eta_0}{1+a \cdot \frac{\tau}{\tau_0}} \quad \text{avec pour } \tau = 0 \rightarrow \eta = \eta_0 = 10^{15} Pa.s \quad \text{et } \frac{a}{\tau_0} \left[MPa^{-1} \right] = b \Rightarrow \frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1}{1+b \tau}$$

En 3D on peut mesurer le cisaillement par une mesure de contrainte équivalente de Von Mises, Tresca et cætera. Ici nous prendrons $\tau_{eq} = \sqrt{J_2^S}$ avec J_2^S le deuxième invariant du déviateur des contraintes.

$$\text{D'où } \frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} \left(\frac{1}{\tilde{\eta}} \right) = \frac{b}{\eta_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} (\tau_{eq}) = \frac{b}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}} \cdot S \quad \text{car } \frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}} (\tau_{eq}) = \frac{S}{2 \cdot \sqrt{J_2^S}}$$

Les systèmes (11-dev) & (11-spher) recombinaés deviennent donc

(12-dev)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1+V}{E} \cdot \delta S_{n+1,i} + \text{dev} \left(\frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}} S_{n+1,i} \otimes S_{n+1,i} : \delta \sigma_{n+1,i} \right) + \frac{\Delta t}{\eta} \cdot \delta S_{n+1,i} = \text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}}^{n+1,i} + K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} + K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) \\ \delta e_{n+1,i}^e = -\text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} \right) + \frac{1+V}{E} \cdot \delta S_{n+1,i} \\ \delta e_{n+1,i}^v = -\text{dev} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) - \frac{\Delta t}{\eta} \cdot \delta S_{n+1,i} - \text{dev} \left(\frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}} S_{n+1,i} \otimes S_{n+1,i} : \delta \sigma_{n+1,i} \right) \end{array} \right.$$

(12-spher)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1-2 \cdot V}{E} \cdot \text{tr} \left(\delta \sigma_{n+1,i} \right) + \text{tr} \left(\frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}} S_{n+1,i} \otimes S_{n+1,i} : \delta \sigma_{n+1,i} \right) = \text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}}^{n+1,i} + K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} + K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) \\ \text{tr} \left(\delta \varepsilon_{n+1,i}^e \right) = -\text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^e}^{n+1,i} \right) + \frac{1-2 \cdot V}{E} \cdot \text{tr} \left(\delta \sigma_{n+1,i} \right) \\ \text{tr} \left(\delta \varepsilon_{n+1,i}^v \right) = -\text{tr} \left(K_{\tilde{\varepsilon}^v}^{n+1,i} \right) - \text{tr} \left(\frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}} S_{n+1,i} \otimes S_{n+1,i} : \delta \sigma_{n+1,i} \right) \end{array} \right.$$

Le problème vient du terme $S \otimes S : \delta \sigma$. En indiciel on exprime ce terme par

$$S_{ij} \cdot S_{kl} \cdot \delta \sigma_{lk} = \alpha \left(S, \delta \sigma \right) \cdot S \quad \text{avec } \alpha \left(S, \delta \sigma \right) \text{ scalaire. Ce qui implique } \text{tr} \left(S \otimes S : \delta \sigma \right) = 0 \text{ et}$$

$$\text{dev} \left(S \otimes S : \delta \sigma \right) = S \otimes S : \delta \sigma. \text{ Si en plus on scinde } \delta \sigma = \delta S + \frac{1}{3} \cdot \text{tr} \left(\delta \sigma \right) \cdot I, \text{ on obtient alors les}$$

systèmes (13-spher) & (13-dev).

(13-dev)

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{1+\nu}{E} + \frac{\Delta t}{\eta} \right) \delta \underline{S}_{n+1,i} + \left(\frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}^{n+1,i}} \underline{S}_{n+1,i} \otimes \underline{S}_{n+1,i} \right) : \delta \underline{S}_{n+1,i} &= \text{dev} \left(\underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} + \underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i} + \underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} \right) \\ &\quad - \frac{b \cdot \Delta t \cdot \text{tr} \left(\underline{\delta \sigma}_{n+1,i} \right) \text{tr} \left(\underline{S}_{n+1,i} \right)}{6 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}^{n+1,i}} \cdot \underline{S}_{n+1,i} \\ \underline{\delta e}_{n+1,i}^e &= -\text{dev} \left(\underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i} \right) + \frac{1+\nu}{E} \cdot \delta \underline{S}_{n+1,i} \\ \underline{\delta e}_{n+1,i}^v &= -\text{dev} \left(\underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} \right) - \frac{\Delta t}{\eta} \cdot \delta \underline{S}_{n+1,i} - \frac{b \cdot \Delta t}{2 \cdot \eta_0 \cdot \tau_{eq}^{n+1,i}} \underline{S}_{n+1,i} \otimes \underline{S}_{n+1,i} : \underline{\delta \sigma}_{n+1,i} \end{aligned} \right.$$

(13-spher)

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1-2 \cdot \nu}{E} \cdot \text{tr} \left(\underline{\delta \sigma}_{n+1,i} \right) &= \text{tr} \left(\underline{K}_{\varepsilon}^{n+1,i} + \underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i} + \underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} \right) \\ \text{tr} \left(\underline{\delta \varepsilon}_{n+1,i}^e \right) &= -\text{tr} \left(\underline{K}_{\varepsilon^e}^{n+1,i} \right) + \frac{1-2 \cdot \nu}{E} \cdot \text{tr} \left(\underline{\delta \sigma}_{n+1,i} \right) \\ \text{tr} \left(\underline{\delta \varepsilon}_{n+1,i}^v \right) &= -\text{tr} \left(\underline{K}_{\varepsilon^v}^{n+1,i} \right) \end{aligned} \right.$$

Le système (13-spher) est un système scalaire 3X3 aisément résolvable. Une fois celui-ci résolu, le système (13-dev) devient lui aussi un système 3X3 mais avec des inconnues tensorielles. La forme de la principale équation du système est $\underline{A} : \underline{\delta S} + b \cdot \underline{\delta S} = \underline{K}$. On peut réduire la

dimension des inconnues en passant à la notation de Cowin.

- Notation de Voigt

$$\underline{\sigma} = \underline{C} : \underline{\varepsilon} \equiv \overrightarrow{\sigma_{Voigt}} = [C_{Voigt}] \overrightarrow{\varepsilon_{Voigt}^e} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{\sigma_{Voigt}} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\varepsilon_{Voigt}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2 \cdot \varepsilon_{23} \\ 2 \cdot \varepsilon_{13} \\ 2 \cdot \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{mais on obtient}$$

$$[C_{Voigt}^{-1}] \neq [C_{Voigt}]^{-1}$$

- Notation de Cowin

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{C} : \underset{\sim}{\mathcal{E}}^e \equiv \overrightarrow{\sigma}_{Cowin} = [C_{Cowin}] \overrightarrow{\mathcal{E}}_{Cowin}^e \text{ avec } \overrightarrow{\sigma}_{Cowin} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2} \cdot \sigma_{23} \\ \sqrt{2} \cdot \sigma_{13} \\ \sqrt{2} \cdot \sigma_{12} \end{Bmatrix} \text{ et } \overrightarrow{\mathcal{E}}_{Cowin} = \begin{Bmatrix} \mathcal{E}_{11} \\ \mathcal{E}_{22} \\ \mathcal{E}_{33} \\ \sqrt{2} \cdot \mathcal{E}_{23} \\ \sqrt{2} \cdot \mathcal{E}_{13} \\ \sqrt{2} \cdot \mathcal{E}_{12} \end{Bmatrix} \text{ on trouve alors}$$

$$[C_{Cowin}^{-1}] = [C_{Cowin}]^{-1}$$

On écrira donc l'équation principale sous la forme $([A_{Cowin}] + b \cdot [I_{6 \times 6}]) \overrightarrow{\delta S}_{Cowin} = \overrightarrow{K}_{Cowin}$. Cette équation est facilement programmable et pourra donc être résolue numériquement.

III.3.2.2 Programmation FORTRAN 77

Les équations ci-dessus doivent être intégrées au code de calcul *Cast3M*. Pour ce faire, nous devons programmer en FORTRAN 77 les méthodes de résolution des systèmes (13-dev) & (13-spher) en plus de la prédiction élastique.

Malheureusement, à l'heure où ce mémoire se concrétise, l'implantation de cette loi sur un point de Gauss a été interrompue et les premiers résultats ne seront fournis que plus tard.

III.4. Conclusion sur les lois dépendantes de la pression

Un verre est un solide qui reste encore un grand mystère. Les lois qui tentent de le caractériser sont nombreuses et variées (loi avec ou sans seuil, quel type de critère, quel mécanisme dissipatif et cætera). D'autant plus qu'il existe un grand nombre de famille de verre (métalliques, organiques, verres d'oxyde et cætera) et qu'elles possèdent, presque toute, des mécanismes qui leur sont propre.

Dans notre étude, nous regretterons l'absence de résultats en ce qui concerne la loi visqueuse car ils auraient pu fournir ou non une partie de la validation de l'hypothèse de la dissipation par viscosité. Dans l'état actuel des choses nous ne sommes sur que d'une chose, la loi vraie doit dépendre de la contrainte. Que se soit par l'intermédiaire de la contrainte normale pour Mohr – Coulomb ou par une mesure de cisaillement pour la loi visqueuse, c'est par cette condition que nous avons obtenu les meilleurs résultats.

IV. Simulation par éléments distincts

IV.1. Spécificités de la méthode éléments distincts

IV.1.1. Notion de Contact

La modélisation d'un contact entre deux particules se gère par une loi entre leur écartement (ou gap) et la résultante du contact. Ces valeurs sont calculées au point de contact et nécessitent donc un repère local de contact (n ; t)²³. En général, les caractéristiques du contact sont calculées pour une particule candidate soumise à l'influence d'une autre particule dite antagoniste. C'est une relation de maître / esclave qui s'opère tout en sachant qu'une candidate à un contact peut devenir une antagoniste sur un autre contact.

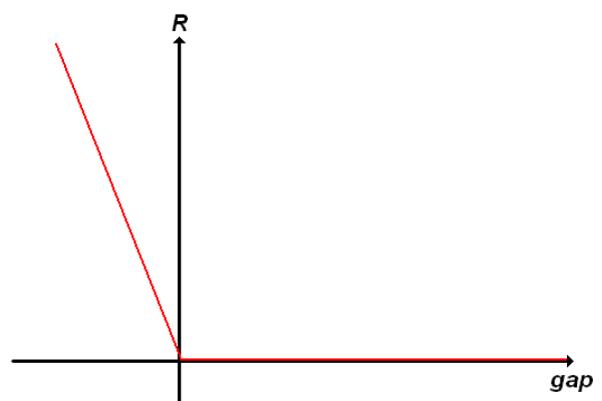
IV.1.1.1 Signorini – Coulomb

La loi d'interaction la plus simple au niveau du contact, est une loi dite de Signorini – Coulomb. Cette loi est représentée une forme d'exclusivité entre le gap (ou la vitesse) et la réaction au contact (il ne peut y avoir les deux en même temps). Cependant, cette définition pose le problème de l'indétermination de la réaction. Les méthodes de dynamique moléculaire y répondent en général par de la pénalisation au niveau de la réaction²⁴ comme le montre le schéma ci-dessous.

Loi type Signorini - Coulomb



Pénalisation de la loi de Signorini - Coulomb



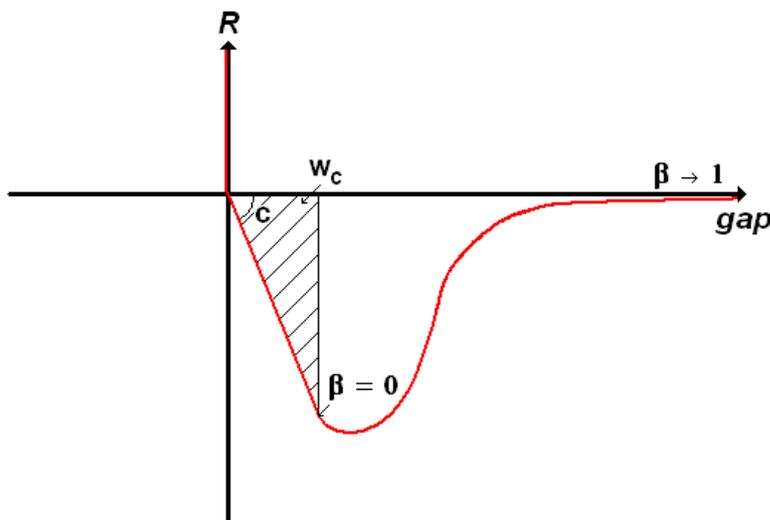
²³ (normale ; tangentielle)

²⁴ On considère que le gap peut être négatif donc une interpénétration de la matière

Dans notre cas ceci ne sera pas nécessaire puisque la méthode NSCD, intégrant l'équation de la dynamique, permet d'intersecter la relation de SC²⁵ et ainsi de lever l'indétermination.

IV.1.1.2 Adhésion endommageable

Il faut considérer pour ce nouveau calcul, que l'échantillon à modéliser ne sera plus un volume massif que l'on décompose en éléments finis, mais un assemblage de plusieurs briques (corps déformables) qui, à l'origine, sont totalement indépendantes les unes des autres. Les lois d'interaction tel que celle de SC sont formulées pour éviter l'interpénétration de la matière et pour garantir la transmission des efforts dans ce système.



- c : rigidité 'saine'
- w_c : énergie de surface critique
- b : paramètre de 'viscosité'
- β : paramètre d'endommagement ($\beta=0 \rightarrow$ matériau 'sain'; $\beta=1 \rightarrow$ rupture)

Si la loi de SC est parfaite pour modéliser le contact entre l'indenteur et l'échantillon, elle est insuffisante pour assurer la cohésion du matériau. Nous avons du 'cementer' les différents éléments distincts par une loi d'adhésion (cf. le schéma ci-contre).

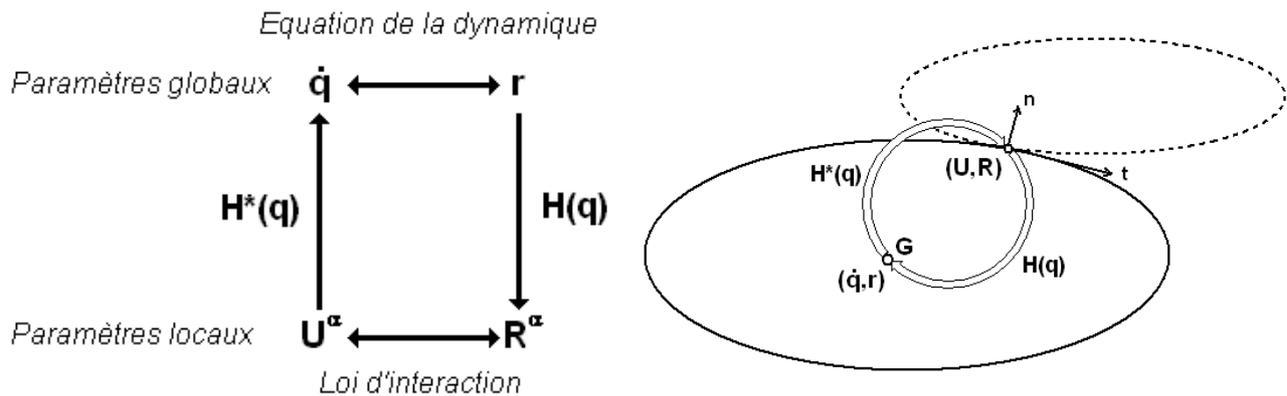
Cependant, et c'est le but de ce calcul par éléments distincts, nous voulons développer de la fissuration dans ce type d'essai. Ce qui veut dire

que nous ne pouvons nous contenter d'une simple loi de collage. Il faut intégrer une notion d'endommagement qui, ici, est représentée par le paramètre d'endommagement du contact : β . Il est activé lorsque l'énergie de surface critique w_c est atteinte et endommage donc la rigidité de contact. La rupture survient plus ou moins vite en fonction de b . C'est le paramètre qui va régir le mode de rupture (fragile ou ductile).

²⁵ Signorini - Coulomb

IV.1.2. Résolution dynamique

On considère le contact α d'une particule candidate. Posons \dot{q} et r respectivement la vitesse et la réaction de la particule exprimées au centre de gravité ainsi que U^α et R^α respectivement la vitesse et la réaction de la particule exprimées au point de contact. On peut passer du niveau global au local par une transformation noté $H(q)$ et inversement avec $H^*(q)$ (cf. le schéma ci-dessous).



Grâce à ces transformations (liés à la géométrie de la particule), on intersecte la loi d'interaction avec l'équation de la dynamique. Les vitesses et réaction ainsi trouvées sont ramenés au centre de gravité et peuvent donc servir au contact suivant.

IV.1.3. Application à notre cas

Notre étude porte sur le comportement de fissuration d'un échantillon indenté. Il s'agit de tester la troisième hypothèse de dissipation de cet essai : l'endommagement. Cependant, nous considérerons dans le même temps une possibilité de déformation irréversible par plasticité au niveau des éléments distincts. Le logiciel *LMGC90* est un outil de calcul qui peut nous fournir des informations intéressantes sur la fissuration. Ce code, à l'origine, a été créé pour du calcul 2D, nous testerons donc les simulations d'indentation conique et sphérique.

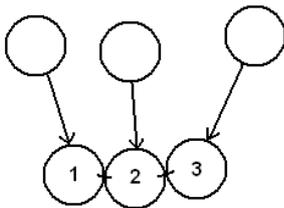
L'échantillon sera constitué d'éléments distincts de type quadrangle à quatre nœuds et liés par la loi d'adhésion vue au paragraphe IV.1.1.2. La géométrie de l'indenteur sera constituée d'un seul élément distinct que l'on décomposera en plusieurs éléments finis (quadrangle à quatre nœuds) pour mieux définir sa géométrie.

IV.2. Le logiciel LMGC90

Ce code de calcul éléments distincts provient du laboratoire LMGC de l'université de Montpellier I et a été conçu en *FORTRAN 90* (d'où son nom) par messieurs Frédéric DUBOIS & Michel JEAN. C'est un logiciel utilisant les méthodes de résolution NSCD (Non Smooth Contact Dynamics) par opposition aux méthodes utilisées par la MD (Molecular dynamics).

IV.2.1. Méthode de résolution

Le code de calcul fut programmé pour résoudre dans un premier temps des problèmes de collection de corps rigides soumis à un champ de forces extérieures. On trouve les nouvelles positions de la collection en calculant les vitesses libres²⁶ de chacun des éléments, puis en corrigeant ces mêmes vitesses par les solutions au contact (cf. schéma ci-dessous).



- Calcul de la vitesse libre
- Détection des contacts
- Correction des vitesses

$$\begin{cases} m_1(v_1^+ - v_1^-) = f_1 + R_{12} \\ m_2(v_2^+ - v_2^-) = f_2 - R_{12} + R_{23} \\ m_3(v_3^+ - v_3^-) = f_3 - R_{23} \end{cases}$$

Seulement, une particule candidate peut se retrouver en contact avec plusieurs antagonistes ainsi qu'être antagoniste elle-même pour plusieurs candidate. Sa vitesse est donc calculée une première fois, affect les particules autour d'elle et peut se retrouver sollicité d'une manière différente lorsque toutes les particules ont été traitées. C'est pourquoi, le *LMGC90* réalise des boucles de calcul sur les contacts jusqu'à minimiser un critère de convergence.

Dans un deuxième temps, les concepteurs ont intégré la notion de corps déformable aux éléments distincts. Ce qui nous arrange dans notre étude. La méthode de résolution des contacts reste la même, mais elle est intégrée dans une boucle de Newton – Raphson pour calculer la déformation de chaque élément distinct.

²⁶ vitesses sans interaction des autres particules

IV.2.2. Aide au fonctionnement du logiciel

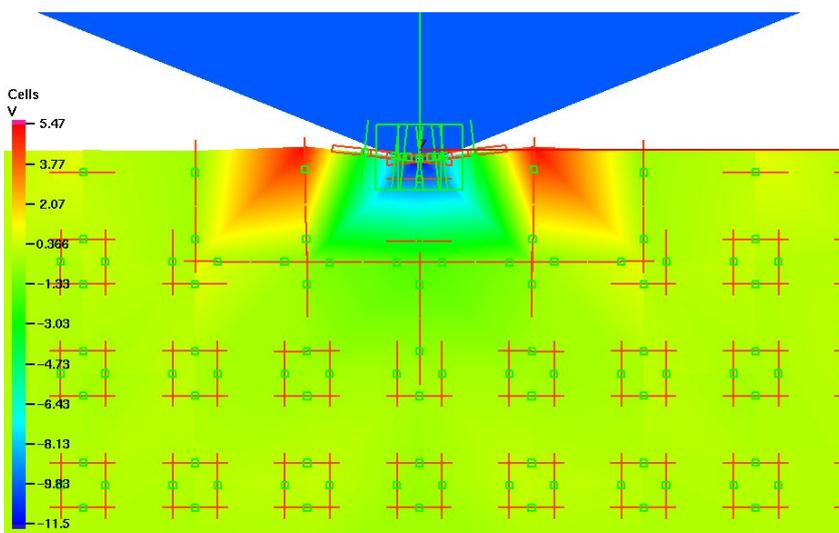
Le calcul *LMGC90* se déroule dans un répertoire de calcul contenant obligatoirement quatre sous-répertoires : le *DATBOX*²⁷, le *DISPLAY*²⁸, le *OUTBOX*²⁹ & le *POSTPRO*³⁰. Une fois les informations sur le maillage, les conditions limites, les lois de comportements et les conditions initiales rentrées dans le *DATBOX* (cf. ANNEXE VIII), on lance le calcul par l'instruction *main_opt*.

La visualisation se fait par un logiciel nommé *GMV* dans lequel tous les liens avec les fichiers de sortie ont été faits. Ce qui simplifie énormément le post traitement puisque quasiment tous les champs de contraintes, de déformations, de vitesses et cætera, sont accessibles par un simple clic.

IV.3. Les premiers résultats

Etant donné la difficulté de la prise en main de ce code et de sa théorie, les premiers résultats présentés ne représentent qu'une introduction à la validation de cet outil et n'ont finalement de valeur que par les questions qu'ils ont suscitées.

IV.3.1. Indentation conique & départ de fissure



L'image ci-contre représente un système d'éléments distincts sous un indenteur conique (en déformation plane) avec son champ de vitesse verticale. Le paramètre d'endommagement β est déterminé sur chaque point de contact candidat (petits carrés

²⁷ répertoire de tous les fichiers nécessaires au lancement du calcul

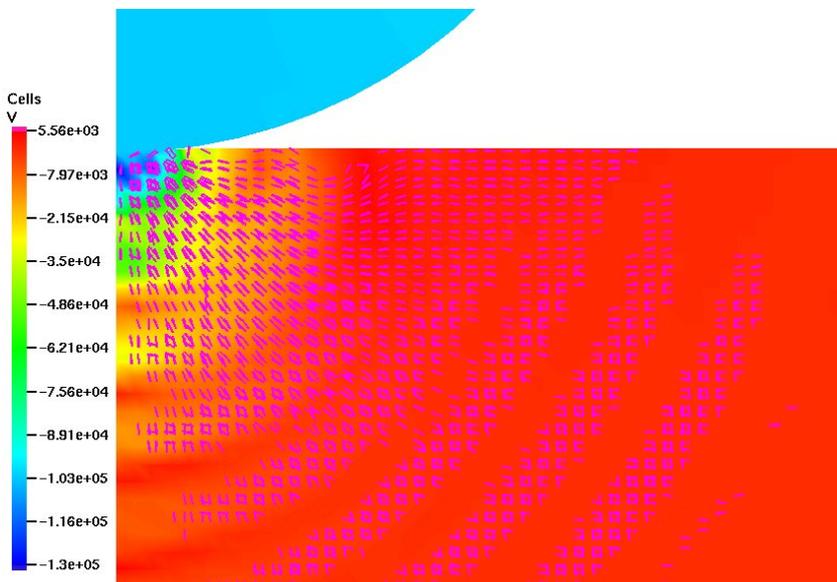
²⁸ répertoire de sortie des fichiers *GMV* de visualisation

²⁹ répertoire contenant l'équivalent du *DATBOX* pour la dernière itération calculée

³⁰ répertoire contenant les déplacements et réactions de tous les points répertoriés dans le *DATBOX/POSTPRO.DAT*

verts) par un polygone rouge d'épaisseur variable. Plus l'épaisseur est grande plus l'endommagement est fort. Lorsque ces polygones sont à la verticale de la tangente au contact, c'est que β n'est pas activé. On peut remarquer que les fissures s'amorcent sur les cotés de la pointe. En effet, le déplacement brutal que subissent les premiers éléments en contact provoque un cisaillement inertiel de leur condition d'adhésion. En revanche, ces amorces de fissures se rejoignent à la verticale de l'indenteur en continuant ainsi de se propager. Ce phénomène correspond assez bien à ce que l'on observe dans la réalité.

IV.3.2. Indentation sphérique & propagation d'onde



Lors de ce calcul nous sommes passés en axisymétrique car le but ici n'était pas d'observer un départ de fissure mais l'évolution dynamique du système. Le schéma ci-contre montre toujours le même champ de vitesse mais couplé cette fois-ci avec l'évaluation de la compression aux points de contact (son orientation et son

intensité sont visualisés par le même système de polygone). On observe assez nettement les ondes de compression successives superposées avec celles de la vitesse verticale.

IV.4. Semi-validation

Trop peu de résultats sont en notre possession pour conclure sur la validation de ce mode de simulation en indentation. Les premiers résultats sont qualitativement encourageants mais il reste à les comparer avec des résultats expérimentaux ou d'autres simulations (exemple *Cast3M*).

Nous regretterons l'absence des courbes force déplacement dans le cadre de cette étude mais différents problèmes d'allocation ne nous ont pas permis de conduire un calcul à son terme. Une procédure de reprise de calcul est à l'étude pour en achever un.

V. Conclusion Générale

La simulation numérique permet d'effectuer un calcul de structures à partir de lois de comportement a priori connues. La principale difficulté est de trouver des lois capables d'expliquer les principaux mécanismes de l'indentation comme la formation du bourrelet ou la compaction matérielle dans les verres. Cependant, l'utilisation de lois de comportement élastoplastiques (irréalistes pour les verres) permet de créer un outil numérique utile pour la compréhension des mécanismes de déformation permettant de discriminer telle ou telle hypothèse.

Cette étude a non seulement permis de mieux comprendre et de maîtriser cet outil, mais aussi, conjointement aux travaux de Ronan CROSNIER, permis de réaliser une importante comparaison numérique / expérience (cf. III.2.3.1.). Plus question de renier l'importance de la contrainte dans le mécanisme non élastique (qu'il s'agisse d'endommagement, de plasticité, de viscosité ou autre). C'est une mesure qui aura forcément son importance dans les modèles que nous trouverons.

Nous avons formulé trois hypothèses de dissipation. Celle de plasticité a trouvé une solution intéressante par le critère de Mohr – Coulomb ou Drucker – Prager. La viscosité est en cours d'implantation et nous testons l'outil permettant de confirmer ou d'infirmer la troisième hypothèse, l'endommagement. Il est évident que dans l'état actuel des choses, nous ne pouvons être catégorique. Mais l'étude conduite nous rapproche un peu plus de la vérité.

BIBLIOGRAPHIE

➤ **Articles**

- ***Acta Materialia***

- [1] M.N.M. PATNAIK, R. NARASIMHAN & U. RAMAMURTY (2004) ‘Spherical indentation response of metallic glasses’ *Acta Materialia*, Vol. 52, Issue 11, p.3335-3345
- [2] R. VAIDYANATHAN, M. DAO, G. RAVICHANDRAN & S. SURESH (2001) ‘Study of mechanical deformation in bulk metallic glass through instrumented indentation’ *Acta Materialia*, Vol. 49, Issue 18, p.3781-3789
- [3] J.L. BUCAILLE, S. STAUSS, E. FELDER, J. MICHLER (2003) ‘Determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using different sharp indenters’ *Acta Materialia*, Vol. 51, p.1663-1678
- [4] M. SAKAI, T. AKATSU & S. NAMATA (2004) ‘Finite element analysis for conical indentation unloading of elastoplastic materials with strain hardening’ *Acta Materialia*, Vol. 52, p.2359-2364

- ***Materials Science & Engineering/A***

- [5] J. GONG, H. MIAO, Z. PENG & L. QI (2003) ‘Effect of peak load on the determination of hardness and Young’s modulus of hot-pressed Si₃N₄ by nanoindentation’ *Materials Science and Engineering/A*, Art. 354, p.140-145
- [6] S. JANA, U. RAMAMURTY, K. CHATTOPADHYAY & Y. KAWAMURA (2003) ‘Subsurface deformation during Vickers indentation of bulk metallic glasses’ *Materials Science & Engineering/A*

- ***Intermetallics***

- [7] B.C. WEI, T.H. ZHANG, W.H. LI, Y.F. SUN, Y. YU & Y.R. WANG (2004) ‘Serrated plastic flow during nanoindentation in Nd-based bulk metallic glasses’ ***Intermetallics***
- [8] S. JANA, R. BHOWMICK, Y. KAWAMURA, K. CHATTOPADHYAY & U. RAMAMURTY (2004) ‘Deformation morphology underneath the Vickers indent in a Zr-based bulk metallic glass’ ***Intermetallics***

- ***Autres revues scientifiques***

- [9] I.N. SNEDDON. (1965) ‘The relation between load and penetration in the axisymmetric boussinesq problem for a punch of arbitrary profile’ ***International Journal of Science*** n°3, p.47
- [10] S. CHOWDHURY, M.T LAUGIER & I.Z. RAHMAN (2004) ‘Measurement of mechanical properties of carbon nitride thin films from the nanoindentation loading curve’ ***Diamond and Related Materials***, Vol. 13, p.1543-1548
- [11] B. RICCRDI, R. MONTANARI, L.F. MORESCHI, A. SILI & S. STORAI (2001) ‘Mechanical characterisation of fusion materials by indentation test’ ***Fusion Engineering & Design***, Vol. 58-59, p.755-759
- [12] A.J. ABBO & S.W. SLOAN (1995) ‘A smooth hyperbolic approximation to the Mohr – Coulomb yield criterion’ ***Computers & Structures***, Vol. 54, p.427-441
- [13] S. CHOWDHURY, M.T. LAUGIER, I.Z. RAHMAN & M. SERANTONI (2004) ‘Nanoindentation combined with scanning force microscope for characterisation of mechanical properties of carbon nitride thin films’ ***Surface & Coating Technology***, Vol. 177-178, p.537-544
- [14] B. CHIAIA (2000) ‘Fracture mechanisms induced in a brittle material by a hard cutting indenter’ ***International Journal of Solids & Structures***, Vol. 38, p.7747-7768
- [15] E. LE BOURHIS & T. ROUXEL (2003) ‘Indentation response of glass with temperature’ ***Journal of Non-Crystalline Solids***, Vol. 316, p.153-159

➤ *Thèses*

- [16] J.L. BUCAILLE (2001) ‘Simulation numérique de la rayure des verres organiques’ *Thèse de doctorat de l’Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*
- [17] C. GEINDREAU (1996) ‘Modélisation du comportement viscoplastique des poudres métalliques’ *Thèse de doctorat de l’université de Grenoble I*
- [18] J.P. GUIN (2001) ‘Comportement mécanique de verres inorganiques du plus fragile au plus tenace...’ *Thèse de doctorat de l’université de Rennes I*

➤ *Rapports*

- [19] A. NAYEBI & V. KERYVIN (2003) ‘Etude numérique de l’indentation conique avec différentes lois de comportement’ *Rapport interne LARMAUR n°2003-06-001*
- [20] C. GEINDREAU (1991) ‘Comparaison du comportement des poudres de TA6V et IN625 après compaction à froid’ *Rapport de maîtrise E.N.S. CACHAN*
- [21] B. CAMBOU & M. JEAN (2000) ‘Micromécanique des matériaux granulaires’ *chapitre 4 : Simulation numérique discrète de matériaux granulaires*

ANNEXE

o ANNEXE I

Structure du BODIES.DAT

```

$bdyty
MAILx      X
$blmty
Q4xxx      1  nodes  p(1)  p(2)  p(3)  p(4)
           model  mmmmm  behav  bbbbbb
.
.
.
Q4xxx      N  nodes  p(m-3) p(m-2) p(m-1)  p(m)
           model  mmmmm  behav  bbbbbb

$nodty
NO2xx      p(1)                cool= X(p(1))          coo2= Y(p(1))
NO2xx      p(2)                cool= X(p(2))          coo2= Y(p(2))
.
.
.
NO2xx      p(m-1)            cool= X(p(m-1))      coo2= Y(p(m-1))
NO2xx      p(m)              cool= X(p(m))        coo2= Y(p(m))

$tacty
CLxxx      1  color  ccccc  noda=  pc(1)  nodb=  pc(2)  apab= d%(1)
CLxxx      2  color  ccccc  noda=  pc(1)  nodb=  pc(2)  apab= d%(2)
.
.
.
CLxxx      (i-2)  color  ccccc  noda=  pc(i-1)  nodb=  pc(i)  apab= d%(i-1)
CLxxx      i    color  ccccc  noda=  pc(i-1)  nodb=  pc(i)  apab= d%(i)
ALpxxx     (i+1)  color  ccccc  noda=  pc(i+1)  nodb=  pc(i+2)
.
.
.
ALpxxx     q    color  ccccc  noda=  pc(q)   nodb=  pc(q+1)
$$$$$$

```

- avec
- X : numéro du corps
 - N : nombre d'éléments finis dans le corps
 - i : nombre de points de contact candidats
 - (q-i) : nombre de lignes de contact antagonistes
 - $\{p(1), \dots, p(m)\}$: ensemble des points du corps de coordonnées $X(p(i)), Y(p(i))$
 - $\{pc(1), \dots, pc(q+1)\}$: ensemble des points du contour du corps
 - NB : $\{pc(1), \dots, pc(q+1)\} \in \{p(1), \dots, p(m)\}$
 - bbbbbb : appellation de la loi de comportement
 - mmmmm : appellation du model
 - ccccc : surnom d'un contact
 - $\{d\%(1), \dots, d\%(i)\}$: ensemble des coefficients de positionnement des points candidats

○ ANNEXE II

Structure du DRV_DOF.DAT

```

$bdyty          X
MAILx
$modelx
MECAX
$nodty
NO2xx
$dofty         [CT.....+.....AMP...*.time+.PHI...].*.....[RAMPI.....+.....RAMP.*.time]
vlocy          1 ct(1)          omega(1)          phi(1)          echel(1)          ramp(1)
vlocy          2 ct(2)          omega(2)          phi(2)          echel(2)          ramp(2)
.              .              .              .              .              .
.              .              .              .              .              .
.              .              .              .              .              .
$nodty
NO2xx
$dofty         [CT.....+.....AMP...*.time+.PHI...].*.....[RAMPI.....+.....RAMP.*.time]
vlocy          1 ct(2r-1)        omega(2r-1)       phi(2r-1)       echel(2r-1)      ramp(2r-1)
vlocy          2 ct(2r)         omega(2r)         phi(2r)         echel(2r)        ramp(2r)
$$$$$

```

- X : numéro du corps sur lequel on applique des conditions limites
- vlocy 1 ou 2 : vitesse imposée avec 1 pour la composante suivant X et 2 pour sa composante suivant Y
- r : nombre de nœuds sur lesquels on impose des conditions limites
- ct(i) : amplitude globale de la condition limite
- amp(i) : amplitude de la fonction cosinus
- omega(i) : pulsation de la fonction cosinus
- phi(i) : déphasage de la fonction cosinus
- echel(i) : amplitude de l'échelon
- ramp(i) : pente de la rampe

○ ANNEXE III

Structure du POSTPRO.DAT

```

NEW MECAx SETS
      S
      E
      X(1)      N(1)
n[p1(1)]      .
      .
      .
n[p1(N(1))]   .
      .
      .
      X(E)      N(E)
n[pE(1)]      .
      .
      .
n[pE(N(E))]   .
"idem S fois"
Fint EVOLUTION
STEP 1
Dep EVOLUTION
STEP 1
END

```

- S : nombre de sets
- E : nombre de corps dans le set considéré
- X(i) : numéro du i^{ème} corps
- N(i) : nombre de nœuds à prendre en compte pour le i^{ème} corps
- n[pi(j)] : numéro du j^{ème} points pour le i^{ème} corps à prendre en compte

○ ANNEXE IV

Structure du TACT_BEHAV.DAT

```

$behav lawty
gapc1 GAP_SGR_CLB          fric= 0.0000000D+00

$behav lawty              data
adhe1 MAC_CZM            dyfr= 0.0000000D+00  stfr= 0.0000000D+00
                                cn = 0.0000000D+00  ct = 0.0000000D+00
                                b  = 0.0000000D+00  w  = 0.0000000D+00

$seety
cdbdy cdtac cdcol  behav  anbdy  antac  ancol      alert
MAILx CLxxx  cccc1  adhe1  MAILx  ALpxx  aaaa1      0.0000000D+00

$seety
cdbdy cdtac cdcol  behav  anbdy  antac  ancol      alert
MAILx CLxxx  cccc2  gapc1  MAILx  ALpxx  aaaa2      0.0000000D+00

```

- | | | |
|--|--|--|
| - gapc1 : loi de contact de type Signorini – Coulomb | - fric : coefficient de frottement | - cccc1 : nom des objets i candidats à considérer |
| - adhe1 : loi d'adhésion | - dyfr : frottement dyamique | - aaaa1 : nom des objets i antagonistes à considérer |
| | - stfr : frottement statique | - CLxxx : désignation candidat |
| | - cn & ct : rigidités normale & tangentielle | - ALpxx : désignation antagoniste |
| | - b : 'viscosité' | - alert : distance d'alerte |
| | - w : énergie de surface critique | |

○ ANNEXE V

Structure du MODELS.DAT

EXEMPLE

\$model	mdlty	finel	eleop	value	-	model : appelle le surnom du model
mmmmm					-	mdlty : appelle le type de corps (rigide ou déformable)
	MECAx	Q4xxx	kine_	small	-	finel : appelle le type d'éléments finis utilisés
			mater	J2iso	-	eleop : appelle les options élémentaires
			mass_	cohe_	-	value : appelle les valeurs des options précités

○ ANNEXE VI

Structure du BULK_BEHAV.DAT

EXEMPLE DE DEUX LOIS

```

$gravy
                                grv1= 0.0000000D+00  grv2= 0.0000000D+00  grv3= 0.0000000D+00

$behav  lawty
  bbbb1  ELAS_PLAS
                                Umas= 0.0000000D+00
                                elas: isotrope
                                EYng= 0.0000000D+00  EPss= 0.0000000D+00
                                crit: Von-Mises
                                isoh: Lineaire
                                SIG0= 0.0000000D+00  K___= 0.0000000D+00
                                cinh: none

$behav  lawty
  bbbb2  RIGID
                                Umas= 0.1000000D+01

```

- | | | | |
|---|--|---|-----------------------------------|
| - | gravy : définition de la gravité | - | Umas : masse volumique |
| - | gravi : ième composante du vecteur accélération de la gravité | - | elas : type d'élasticité |
| - | bbbb1 : surnom d'une loi élastoplastique pour corps déformable | - | EYng : module d'Young |
| - | bbbb2 : surnom d'une loi rigide pour corps rigide | - | EPss : coefficient de Poisson |
| - | lawty : type de loi | - | crit : type de limite élastique |
| | | - | isoh : type d'élasticité isotrope |
| | | - | SIG0 : limite élastique |
| | | - | K___ : coefficient d'écrouissage |

o ANNEXE VII

Structure du COMMAND.DAT

```

#PROGRAMME PRINCIPAL

DIME :
2D PSTRAN : déformation plane ou AXI pour axisymétrique
TIME STEP : pas de temps
2.D-07 :
FINAL TIME : temps final
0.2D-01 :
#
THETA : paramètre de la thêta-méthode entre 0.5 et 1
1.D0 :
#
APPELLE reading data : appelle de la procédure 'reading data'
#
START POSTPRO : déclenche le POSTPRO (lecture du fichier & test
ici)
#
COMPUTE MASS : calcul de la matrice de masse
COMPUTE STIFFNESS : calcul de la rigidité
#
COMPUTE BOX : initialisation de la détection du contact
#
loading step : début de la boucle 'loading step' (boucle de
résolution du problème)
TOTALISATEURS A ZERO : remise à zero
#
INCREMENT STEP : incrémentation du pas de temps et des paramètres
du LMGC90
DISPLAY TIMES :
#
COMPUTE Fext : calcul des forces extérieures
#
COMPUTE TTFint : calcul des forces intérieures
#
ASSEMB RHS :
ASSEMB KT :
#
COMPUTE FREE VELOCITY : calcul de la vitesse libre des éléments
distincts
#
SELECT PROX TACTORS STEP 10000: détection des contacts
#
APPELLE Signorini Coulomb : calcul des critères de convergence
#
UPDATE TACT BEHAV : actualisation de bêta (loi d'adhésion)
STOCK Rloc : stockage de bêta dans la base de données
#
COMPUTE DOF : calcul des vitesses réelles
COMPUTE BULK : calcul de sigma, Fint
UPDATE DOF : actualisation des vitesses et variables internes
UPDATE BULK : actualisation de sigma, Fint
#
APPELLE writing results : procédure d'affichage des critères de
convergence, du POSTPRO, et des sorties GMV
#
POSTPRO DURING COMPUTATION : calcul du POSTPRO
#

```

```

AFFICHE TOTALISATEURS      :
AFFICHE COMPTEURS         :
#
REPETE 2999 FOIS          :
DEPUIS loading step      :
#
#POSTPRO AFTER COMPUTATION : arrêt du POSTPRO ( ferme les fichiers)
WRITE OUTPUT GMV         : dernière sortie GMV
#
FIN DU PROGRAMME
#####
#
#-----:
SUB reading data         :
#
READ BODIES              :
READ MODELS              :
READ BEHAVIOURS         :
READ INI DOF             :
READ INI GPV             :
READ DRIVEN DOF         :
READ INI Vloc Rloc      :
#
WRITE BODIES             :
WRITE MODELS            :
WRITE BEHAVIOURS        :
WRITE LAST DOF          :
WRITE LAST GPV          :
WRITE DRIVEN DOF       :
#
COMPUTE BETA             :
COMPUTE TACTOR          :
COMPUTE TACT POINT      :
DISPLAY MECHANICAL GPV  :
REFERENCE RADIUS        : taille de référence pour l'intensité du contact
0.01                    :
BINARY INIT GMV         : écriture en binaire des fichiers GMV (bgmv...)
#
WRITE OUTPUT GMV        :
#
RETOUR                  :
#-----:
#
#-----:
SUB Signorini Coulomb   :
#
.doing Signorini Coulomb :
ECHO OFF
RECUP Rloc              : récupération des valeurs précédentes
EX PREP NSCD_GS         :
Stored_Delassus_Loops  :
#
>more                   :
# SCRAMBLE              :
#
  >iteration             :
    EX ITER NSCD_GS     : résolution
    1.D0                :
    REPETE 100 FOIS     : nombre de répétitions sans tester la convergence
    DEPUIS >iteration   :

```

```
#
  AFTER ITER CHECK           : test de la convergence
  Quad 0.1666D-04           : norme du solveur de contact (Quad/Maxm/Quad16)
#
  DISPLAY AFTER ITER CHECK  : affiche la norme
#
  IOK = FLAG 1              :
  INTO AFTER ITER CHECK     :
  STOP REPETE SI IOK = 0    :
#
  SCALE Rloc                :
  REPETE 200 FOIS           :
  DEPUIS >more              :
#
  EX POST NSCD_GS           :
  STOCK Rloc                :
  ECHO ON                   :
#
  RETOUR                    :
#-----:
#-----:
SUB writing results         :
#
WRITE OUT DOF STEP 10      :
WRITE OUT GPV STEP 10      :
WRITE OUT Vloc Rloc STEP 10 :
Rnod = [H] Rloc            :
WRITE OUT Rnod STEP 10     :
#
WRITE LAST DOF             :
WRITE LAST GPV             :
WRITE LAST Vloc Rloc       :
WRITE LAST Rnod            :
#
DISPLACEMENT AMPLIFICATION
1.0D+00
WRITE OUTPUT GMV STEP 10   : fréquence de sortie des fichier GMV
#
RETOUR                     :
#-----:
#
#
FIN DU FICHER
```

○ ANNEXE VIII *Notice du LMGC90*

- Le maillage

- En partant de *Cast3M*
 - réaliser l'objet maillage dans un fichier gibiane
 - orienter l'objet de manière homogène (par l'opérateur *ORIE*)
 - sortir l'objet maillage dans un fichier nommé exclusivement « *mail.cast* » grace à l'opérateur OPTI SORT 'mail.cast' ;
SORT AVS 'nom de l'objet maillage' ;
- Récupération du maillage sous LMGC90
 - on peut récupérer l'objet maillé sous deux formes :
 - 1) Instruction *c2l* : tous les éléments finis restent des éléments finis. Dans ce cas, on ne gère pas le contact. La procédure demande alors
 - Le surnom du matériau volumique (appellation de la loi de comportement massive, (cf. ANNEXE I & ANNEXE VI)
 - Le surnom du modèle volumique (cf. ANNEXE V)
 - Le décalage de la numérotation des corps dans le cas où il y aurait déjà des corps déclarésLes renseignements sont conservés dans le *BODIES.DAT* tel que le montre ANNEXE I (sans le \$tacty)
 - 2) Instruction *c2l_explo* : tous les éléments finis passent en éléments distincts. La procédure demande les mêmes renseignements plus
 - Le surnom des contacteurs (le même pour les candidats et les antagonistes)
 - Le type de contacteur sur les bords libresCes renseignements sont intégrés dans le *BODIES.DAT* \$tacty
NB : Les contacts candidats sont définis par deux points réparties par défaut à 20% et 80% de la ligne de contact déclaré. Il est possible par la suite d'en définir plus.

- Les conditions limites

Dans les instructions *c2l* et *c2l_explo*, on demande la définition des conditions limites avant d'achever les fichiers de démarrage (*BODIES.DAT* pour les géométries et *DRV_DOF.DAT* pour les conditions limites). L'instruction demande alors :

- La tolérance de recherche des nœuds
- Le type de droite à bloquer (horizontal ou vertical)
- La coordonnée de positionnement de cette droite
- Les degrés de liberté sur lesquels on impose une condition & les valeurs en vitesse par défaut de ces conditions (il est possible d'imposer des forces)

Les renseignements sont alors stockés sous la forme du fichier représenté ANNEXE II. Cependant il est aussi possible d'imposer des conditions limites variables, il suffit soit de changer manuellement les coefficients du *DRV_DOF.DAT*, soit d'imposer (au lieu de la formule pré-formatée) un objet évolutif que l'on crée dans le *DATBOX* et qui comprend deux colonnes une de temps et une de valeurs imposées (en vitesse ou en force)

- Models et lois de comportement

- On définit la loi de comportement massif dans le *BULK_BEHAV.DAT* (cf. ANNEXE VI). Cette loi est intégrée dans le *BODIES.DAT* par l'intermédiaire du surnom de la loi. Rien n'empêche d'en intégrer plusieurs dans la même géométrie.
- On définit de même les lois d'interaction du contact dans le *TACT_BEHAV.DAT* (cf. ANNEXE IV). Une des loi de ce fichier est définie par un surnom de contact antagoniste *xxxxx* et un de contact candidat *yyyyy*. Ce qui veut dire que cette loi d'interaction sera valable entre tout contact *xxxxx* antagoniste et *yyyyy* candidat. De cette manière, on peut intégrer un grand nombre de loi diverse et variée.
- Le mode de résolution des corps déformables est défini dans le *MODELS.DAT* (cf. ANNEXE V). Il comprend les petites ou grande déformation, les masses cohérentes ou non et cætera. Si le calcul est en petite perturbation, on définira le fichier de commande (*COMMAND.DAT*) avec seulement deux boucles (cf. ANNEXE VII). L'une pour la résolution des contacts et l'autre pour l'avancement temporel. Mais si le calcul est en grande déformation, il faudra penser à intégrer une dernière boucle de Newton – Raphson pour la résolution des non linéarités.

- Visualisation

- Le GMV est un outil de visualisation du maillage et de tous les champs par points ou par éléments résultant du calcul. On lit les fichiers provenant du DISPLAY.
- Dans une tout autre mesure, il est possible de visualiser (quasiment en temps réel) la courbe force déplacement à l'aide du DATBOX/POSTPRO.DAT (cf. ANNEXE III). On crée ce fichier par l'instruction drvdof2postpro. Un set contenant tous les points du fichier de condition limite est alors créé. Seulement la résultante de tous ces points est nulle. Il faudra donc en supprimer et typiquement, conserver la moitié des conditions limites. Si la courbe force déplacement ne vous intéresse pas il faudra penser à commenter les instructions liées au POSTPRO dans le COMMAND.DAT.