

Leçons 2011-2012 analyse

201 Espaces de fonctions. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème de Fischer-Riesz [Bre05] p.57-58 ;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [QZ06], [Hau07], [Bre05], [Zui02].

202 Exemples de parties denses et applications.

Développements :

- Critère de Weyl [FGN09] p.47-49 ;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [Gou94], [Gou08], [FGN07b], [Bre05], [BMP05], [QZ06].

203 Utilisation de la notion de compacité.

Développements :

- Ellipsoïde de John-Loewner [FGN10] p.229-231 ;
- Théorème de Montel [Rud98] p.329.

Références pour le plan : [Gou08], [Mer99], [Hau07], [HL09].

204 Connexité. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème de Brouwer en dimension 2 [GT98] p.23-24 et [Rou09] p.175-178 ;
- Composantes connexes de $\Omega(E)$ [FGN10] p.214-215.

Références pour le plan : [Gou08], [Hau07], [MT09], [BMP05].

205 Espaces complets. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème de Cauchy-Lipschitz global [Rou09] p.180-184 ;
- Théorème de Fischer-Riesz [Bre05] p.57-58.

Références pour le plan : [Gou08], [Hau07], [BMP05], [Bre05].

206 Théorèmes de points fixes. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème de Cauchy-Lipschitz global [Rou09] p.180-184 ;
- Théorème de Brouwer en dimension 2 [GT98] p.23-24 et [Rou09] p.175-178.

Références pour le plan : [Rou09], [Gou08], [RP10].

207 Prolongement de fonctions. Exemples et Applications.

Développements :

- Prolongement de la fonction Γ d'Euler [BMP05] p.82-83 et [QZ06] ;
- Lemme de Borel [Rou09] p.359-360.

Références pour le plan : [Gou08], [Mer99], [QZ06], [Pom98], [Rud98], [Rou09], [GW09], [BMP05].

208 Espaces vectoriels normés. Applications linéaires. Exemples.

Développements :

- Théorème de Banach-Steinhaus et application aux séries de Fourier [Gou08] p.404-406 ;
- Théorème de Fischer-Riesz [Bre05] p.57-58.

Références pour le plan : [Gou08], [Mer99], [BP06], [QZ06], [BMP05].

213 Espaces de Hilbert. Bases hilbertiennes. Exemples et Applications.

Développements :

- Inégalité isopérimétrique [QZ06] ou [FGN12] p.324-325 ;
- Étude de l'espace de Sobolev H^1 [Bre05] p.121-123 et p.129.

Références pour le plan : [HL09], [BMP05].

214 Théorème d'inversion locale et théorème des fonctions implicites. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème des extrema liés [Gou08] p.317 et p.327 ;
- Lemme de Morse [Rou09] p.354-355.

Références pour le plan : [Rou09], [Gou08], [BMP05].

215 Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème des extrema liés [Gou08] p.317 et p.327 ;
- Lemme de Morse [Rou09] p.354-355.

Références pour le plan : [Rou09], [BMP05], [GW09].

216 Étude métrique des courbes. Exemples.

Développements :

- Inégalité isopérimétrique [QZ06] ou [FGN12] p.324-325 ;
- Étude de l'astroïde [Mon00].

Références pour le plan : [Mon00].

217 Sous-variétés de \mathbb{R}^n . Exemples.

Développements :

- Théorème des extrema liés [Gou08] p.317 et p.327 ;
- Sous-variétés des espaces de matrices [Rou09] p.284-287.

Références pour le plan : [Laf10], [Rou09], [BMP05].

218 Applications des formules de Taylor.

Développements :

- Méthode de Newton [Rou09] p.152-155 ;
- Lemme de Morse [Rou09] p.354-355.

Références pour le plan : [Rou09], [Mon00], [Gou08], [Dem06], [FF03].

219 Problèmes d'extrema.

Développements :

- Théorème des extrema liés [Gou08] p.317 et p.327 ;
- Ellipsoïde de John-Loewner [FGN10] p.229-231.

Références pour le plan : [Ber01], [BMP05], [Gou94], [FGN10], [HU09].

220 Équations différentielles $X' = f(t, X)$. Exemples d'études qualitatives de solutions.

Développements :

- Équation de Hill-Mathieu [QZ06] ;
- Théorème de Cauchy-Lipschitz global [Rou09] p.180-184.

Références pour le plan : [GW09].

221 Équations différentielles linéaires. Systèmes différentiels linéaires. Exemples et Applications.

Développements :

- Équation de Hill-Mathieu [QZ06] ;
- Théorème de Cauchy-Lipschitz global [Rou09] p.180-184.

Références pour le plan : [GW09].

223 Convergence des suites numériques. Exemples et Applications.

Développements :

- Critère de Weyl [FGN09] p.47-49 ;
- Étude d'un système dynamique [FGN07b] p.88-90.

Références pour le plan : [GJ03], [Mer99], [Gou08].

224 Comportement asymptotique des suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.

Développements :

- Méthode de Newton [Rou09] p.152-155 ;
- Critère de Weyl [FGN09] p.47-49.

Références pour le plan : [GJ03], [Mer99], [RP10].

226 Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par $u_{n+1} = F(u_n)$.

Développements :

- Méthode de Newton [Rou09] p.152-155 ;
- Étude d'un système dynamique [FGN07b] p.88-90.

Références pour le plan : [GJ03], [RP10], [Gou08].

228 Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et Contre-exemples.

Développements :

- Lemme de Borel [Rou09] p.359-360 ;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [Hau07], [Mer99], [Gou08].

229 Fonctions monotones, fonctions convexes. Exemples et Applications.

Développements :

- Méthode du gradient à pas optimal [HU09] p.66-69 ;
- Méthode de Newton [Rou09] p.152-155.

Références pour le plan : [Pom98], [BL07], [Rou09].

230 Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.

Développements :

- Nombres de Bell [FGN07a] p.14-16 ;
- Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible [Gou08] p.252-254.

Références pour le plan : [Gou08], [Hau07], [Mer99].

232 Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples.

Développements :

- Méthode du gradient à pas optimal [HU09] p.66-69 ;
- Méthode de Newton [Rou09] p.152-155.

Références pour le plan : [RP10], [Dem06].

234 Espaces L^p , $1 \leq p \leq \infty$.

Développements :

- Théorème de Fischer-Riesz [Bre05] p.57-58 ;
- Étude de l'espace de Sobolev H^1 [Bre05] p.121-123 et p.129.

Références pour le plan : [BP06], [Bre05], [BMP05].

235 Suites et séries de fonctions intégrables. Exemples et Applications.

Développements :

- Théorème de Fischer-Riesz [Bre05] p.57-58 ;
- Théorème Central-limite [Ouv09] p.314-315 ou [BL07].

Références pour le plan : [Bre05], [BP06], [Mer99], [BMP05], [FF03].

236 Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variable(s).

Développements :

- Méthode de quadrature de Gauss [Dem06];
- Théorème de Rothstein-Trager [SP99] p.153-155.

Références pour le plan : [Mer99], [Can09], [Dem06].

238 Méthodes de calcul approché d'intégrales et de solution d'une équation différentielle ordinaire.

Développements :

- Méthode de quadrature de Gauss [Dem06];
- Critère de Weyl [FGN09] p.47-49.

Références pour le plan : [Dem06].

239 Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et Applications.

Développements :

- Formule d'inversion de Fourier [QZ06] p.331-332;
- Prolongement de la fonction Γ d'Euler [BMP05] p.82-83 et [QZ06].

Références pour le plan : [QZ06], [BP06], [Hau07], [Gou08].

240 Transformation de Fourier. Applications.

Développements :

- Formule d'inversion de Fourier [QZ06] p.331-332;
- Formule sommatoire de Poisson [Gou08] p.272-273.

Références pour le plan : [Can09], [FF03], [dM09].

241 Suites et séries de fonctions. Exemples et Contre-exemples.

Développements :

- Théorème de Fejer [Gou08] p.286-288;
- Prolongement de la fonction Γ d'Euler [BMP05] p.82-83 et [QZ06].

Références pour le plan : [Gou08], [Mer99], [Hau07].

242 Utilisation en probabilité des transformées de Fourier, de Laplace et du produit de convolution.

Développements :

- Estimation des grands écarts [Les01] p.16-20;
- Théorème Central-limite [Ouv09] p.314-315 ou [BL07].

Références pour le plan : [FF03].

243 Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et Applications.

Développements :

- Nombres de Bell [FGN07a] p.14-16 ;
- Théorèmes d'Abel angulaire et taubérien faible [Gou08] p.252-254.

Références pour le plan : [Gou08], [Mer99].

245 Fonctions holomorphes et méromorphes sur un ouvert de \mathbb{C} . Exemples et Applications.**Développements :**

- Prolongement de la fonction Γ d'Euler [BMP05] p.82-83 et [QZ06] ;
- Théorème de Montel [Rud98] p.329.

Références pour le plan : [Tau06], [AM04].

246 Séries de Fourier. Exemples et Applications.**Développements :**

- Théorème de Banach-Steinhaus et application aux séries de Fourier [Gou08] p.404-406 ;
- Inégalité isopérimétrique [QZ06] ou [FGN12] p.324-325.

Références pour le plan : [BMP05], [QZ06], [dM09], [Gou08].

247 Exemples de problèmes d'interversion de limites.**Développements :**

- Prolongement de la fonction Γ d'Euler [BMP05] p.82-83 et [QZ06] ;
- Nombres de Bell [FGN07a] p.14-16.

Références pour le plan : [Gou08], [Hau07], [Mer99].

249 Suites de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes.**Développements :**

- Estimation des grands écarts [Les01] p.16-20 ;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [Ouv07], [Ouv09].

250 Loi des grands nombres. Théorème Central-Limite. Applications.**Développements :**

- Estimation des grands écarts [Les01] p.16-20 ;
- Théorème Central-limite [Ouv09] p.314-315 ou [BL07].

Références pour le plan : [FF03], [QZ06], [Ouv07], [Ouv09], [BL07].

251 Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.**Développements :**

- Estimation des grands écarts [Les01] p.16-20 ;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [BL07].

252 Loi binomiale, loi de Poisson. Applications.

Développements :

- Estimation des grands écarts [Les01] p.16-20;
- Théorème de Weierstrass [QZ06] p.518-519.

Références pour le plan : [Ouv07], [QZ06].

253 Utilisation de la notion de convexité en analyse.**Développements :**

- Théorème de Carathéodory [Tau05];
- Ellipsoïde de John-Loewner [FGN10] p.229-231.

Références pour le plan : [Gou08], [BMP05], [Bre05], [Rou09], [HU09].

254 Espace de Schwartz et distributions tempérées.**Développements :**

- Formule d'inversion de Fourier [QZ06] p.331-332;
- Formule sommatoire de Poisson et application au peigne de Dirac [Gou08] p.272-273.

Références pour le plan : [Bon11], [Zui02], [dM09], [QZ06].

255 Dérivation au sens des distributions. Exemples et Applications.**Développements :**

- Étude de l'espace de Sobolev H^1 [Bre05] p.121-123 et p.129;
- Solutions fondamentales de Δ [HL09].

Références pour le plan : [Zui02], [Bon11], [Bre05].

256 Transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ et $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$.**Développements :**

- Formule d'inversion de Fourier [QZ06] p.331-332;
- Formule sommatoire de Poisson et application au peigne de Dirac [Gou08] p.272-273.

Références pour le plan : [Zui02], [Bon11], [dM09], [QZ06].

Remarques : En ce qui concerne les leçons 254, 255 et 256, le jour des oraux la 255 était fusionnée avec la 254 et la 256 était aussi fusionnée avec la 254.

Références

- [AM04] Eric Amar and Etienne Matheron. *Analyse complexe*. Cassini, 2004.
- [Ber01] Maïtine Bergounioux. *Optimisation et contrôle des systèmes linéaires*. Dunod, 2001.
- [BL07] Philippe Barbe and Michel Ledoux. *Probabilité*. EDP sciences, 2007.
- [BMP05] Vincent Beck, Jérôme Malick, and Gabriel Peyré. *Objectif agrégation*. HK, 2005.
- [Bon11] Jean-Michel Bony. *Cours d'analyse, théorie des distributions et analyse de Fourier*. Ecole polytechnique, 2011.
- [BP06] Marc Briane and Gil Pagès. *Théorie de l'intégration*. Vuibert, 2006.
- [Bre05] Haim Brezis. *Analyse fonctionnelle*. Dunod, 2005.
- [Can09] Bernard Candelpergher. *Calcul intégral*. Cassini, 2009.
- [Dem06] Jean-Pierre Demailly. *Analyse umérique et équations différentielles*. EDP sciences, 2006.
- [dM09] Laurent di Menza. *Analyse numérique des équations aux dérivées partielles*. Cassini, 2009.
- [FF03] Dominique Foata and Aimé Fuchs. *Calcul des probabilités*. Dunod, 2003.
- [FGN07a] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux x-ens algèbre 1*. Cassini, 2007.
- [FGN07b] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux x-ens analyse 1*. Cassini, 2007.
- [FGN09] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux x-ens analyse 2*. Cassini, 2009.
- [FGN10] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux x-ens algèbre 3*. Cassini, 2010.
- [FGN12] Serge Francinou, Hervé Gianella, and Serge Nicolas. *Oraux x-ens analyse 4*. Cassini, 2012.
- [GJ03] Daniel Guinin and Bernard Joppin. *Précis d'analyse MPSI*. Bréal, 2003.
- [Gou94] Xavier Gourdon. *Algèbre*. Ellipses, 1994.
- [Gou08] Xavier Gourdon. *Analyse*. Ellipses, 2008.
- [GT98] Stéphane Gonnord and Nicolas Tosel. *Topologie et analyse fonctionnelle*. Ellipses, 1998.
- [GW09] Stéphane Gourmelen and Hicham Wadi. *Equations différentielles*. Hermann, 2009.
- [Hau07] Bertrand Hauchecorne. *Les contre-exemples en mathématiques*. Ellipses, 2007.
- [HL09] Francis Hirsch and Gilles Lacombe. *Elements d'analyse fonctionnelle*. Dunod, 2009.
- [HU09] Jean-Baptiste Hiriart-Urruty. *Optimisation et analyse convexe*. EDP Sciences, 2009.
- [Laf10] Jacques Lafontaine. *Introduction aux variétés différentielles*. EDP sciences, 2010.
- [Les01] Emmanuel Lesigne. *Pile ou face*. Ellipses, 2001.
- [Mer99] Xavier Merlin. *Méthodix Analyse*. Ellipses, 1999.
- [Mon00] Jean-Marie Monier. *Géométrie MP, PSI, PC, PT*. Dunod, 2000.
- [MT09] Rached Mneimné and Frédéric Testard. *Groupes de Lie classiques*. Hermann, 2009.
- [Ouv07] Jean-Yves Oувrard. *Probabilités 1*. Cassini, 2007.
- [Ouv09] Jean-Yves Oувrard. *Probabilités 2*. Cassini, 2009.
- [Pom98] Alain Pommelet. *Cours d'analyse : agrégation de mathématiques*. Ellipses, 1998.
- [QZ06] Hervé Queffelec and Claude Zuily. *Analyse pour l'agrégation*. Dunod, 2006.
- [Rou09] François Rouvière. *Petit guide du calcul différentiel*. Cassini, 2009.
- [RP10] Jacques Rappaz and Marco Picasso. *Introduction à l'analyse numérique*. PPUR, 2010.
- [Rud98] Walter Rudin. *analyse réelle et complexe*. Dunod, 1998.
- [SP99] Philippe Saux-Picart. *Cours de calcul formel, algorithmes fondamentaux*. Ellipses, 1999.
- [Tau05] Patrice Tauvel. *Géométrie*. Dunod, 2005.
- [Tau06] Patrice Tauvel. *Analyse complexe pour la licence 3*. Dunod, 2006.
- [Zui02] Claude Zuily. *Elements de distributions et d'équations aux dérivées partielles*. Dunod, 2002.