

(Calculatrices et documents interdits; durée : 1 heure)

Attention toute réponse devra être précisément justifiée.**Exercice 1**

On s'intéresse aux salaires des employés d'une entreprise de fabrication d'écharpes de portage.

montant du salaire	[0,1000[[1000,1500[[1500,2000[[2000,3000[
nombre de salariés qui sont dans la fourchette correspondante	4	10	14	2

On fait l'hypothèse que les données sont uniformément réparties à l'intérieur des classes.

- (1 point) Calculer la moyenne.
- (1.5 points) Calculer la médiane.
- (2 point) Compléter le tableau suivant :

	< 1000	< 1500	< 2000	< 3000
Effectifs cumulés				
Fréquences cumulées des effectifs				
Revenus cumulés				
Proportions cumulées des revenus				

- (2 points) Calculer l'indice de Gini (on donnera la réponse comme somme de fraction).

Exercice 2

Nous souhaitons exprimer le nombre y de jeux de société auxquels vous avez joué au cours des 5 derniers mois en fonction du nombre x de livres que vous avez lus au cours des 5 derniers mois. Pour cela, nous avons interrogé 50 étudiants et les résultats ci-dessous sont disponibles : $\sum_{i=1}^{50} x_i = 250$ et $\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 4500$, $\sum_{i=1}^{50} y_i = 400$ et $\sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 9000$ et $\sum_{i=1}^{50} y_i x_i = 6000$. Pour cet exercice on attend une réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

- (1.5 points) Quelle est la moyenne des $((x_i)_{1 \leq i \leq 50})$? Quelle est la variance des $((y_i)_{1 \leq i \leq 50})$? Quelle est la covariance des $((x_i)_{1 \leq i \leq 50})$ et des $((y_i)_{1 \leq i \leq 50})$?
- (2 point) Après avoir donné les formules théoriques permettant de calculer l'équation de la droite de régression de y sur x , appliquez-les aux données de l'énoncé.
- (1 points) Donner les formules théoriques pour le coefficient de corrélation et pour le coefficient de détermination.

Exercice 3Soient X_1, \dots, X_n des variables aléatoires i.i.d. La variable aléatoire X_1 est continue et a pour densité,

$$f(y) = \frac{1}{2} \text{ si } \theta - 1 < y < \theta + 1, \quad 0 \text{ sinon}$$

 θ est le paramètre d'intérêt du problème et on suppose $\theta > 0$. $1/\sqrt{10} \simeq 0,32$.

- (2 points) Quelle est l'espérance de X_1 ? Quelle est la variance de X_1 ?
- (1 point) Soit $\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ un estimateur de θ . Est ce que $\hat{\theta}$ est un estimateur sans biais de θ ?
- (3 points) En utilisant le TCL, donner un intervalle de confiance asymptotique à 90 pourcent de θ . Donner une application numérique en sachant que $n = 1200$, $\sum_{i=1}^{1200} x_i = 400$.
- (3 points) En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev donner un intervalle de confiance à 90 pourcent pour θ . Donner une application numérique en sachant que $n = 1200$, $\sum_{i=1}^{1200} x_i = 400$.

Table 3**Loi Normale Centrée Réduite**Fonction de répartition $F(z)=P(Z<z)$ Exemple : $P(Z<1.96)= 0.97500$ se trouve en ligne 1.9 et colonne 0.06

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56750	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59484	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67365	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69498	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72241
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76731	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78231	0,78524
0,8	0,78815	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82382	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84135	0,84375	0,84614	0,84850	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90148
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92786	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93575	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95544	0,95637	0,95728	0,95819	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97933	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99897	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976