

## Partiel n°1 .

Durée: 1 heure.

Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction.

**Attention toute réponse devra être précisément justifiée. Une réponse oui ou non ne sera pas suffisante afin d'avoir les points.**

Vous avez le droit à votre feuille bleue mais pas à la calculatrice.

**Exercice 1 : Pour cet exercice on donnera la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.**

Pour étudier le montant dépensé par une famille pour les sorties au cinéma par mois on choisit un échantillon de familles à Rennes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pour les sorties au cinéma durant un mois. La répartition des familles de l'échantillon 1 suivant le montant dépensé pour les sorties au cinéma durant un mois est donné par le tableau :

montant dépensé	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,60[	[60,100[
nombre de familles	2	4	5	7	5	2

- [a] Construire l'histogramme.
- [b] Calculer la somme moyenne dépensée à Rennes pour les sorties au cinéma durant un mois.
- [c] Dessiner le polygone des fréquences cumulées.
- [d] Calculer la médiane et le premier quartile en faisant l'hypothèse d'équirépartition au sein de la classe.

On a envie de faire une étude comparative et on choisit un échantillon de familles à Nantes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pour les sorties au cinéma durant un mois. Pour l'échantillon 2 on a la somme exacte dépensée par les familles pour les sorties au cinéma durant un mois : 7,15,65,45,14,21,52,25,36,10.

- [e] Calculer la somme moyenne dépensée à Nantes pour les sorties au cinéma durant un mois par une famille.
- [f] Calculer la variance de la somme dépensée à Nantes pour les sorties au cinéma durant un mois par une famille. Vous pourrez vous contenter de donner la réponse sous la forme d'une expression avec des nombres, des sommes, des multiplications et des divisions sans faire le calcul explicite.
- [g] Donner la boîte à Moustache pour la somme dépensée pour les sorties au cinéma durant un mois par une famille à Nantes.
- [h] Les gens sont-ils plus dépensiers à Rennes ou à Nantes ?

### Exercice 2

Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat de 100 grammes. Le service de contrôle qualité effectue plusieurs types de contrôle.

Une tablette de chocolat doit peser 100 grammes avec une tolérance de deux grammes en plus ou en moins. Elle est donc mise sur le marché si sa masse est comprise entre 98 et 102 grammes.

La masse (exprimée en grammes) d'une tablette de chocolat peut être modélisée par une variable aléatoire  $X$  suivant la loi normale d'espérance  $\nu = 100$  et d'écart-type  $\sigma = 1$ . Le réglage des machines de la chaîne de fabrication permet de modifier la valeur de  $\sigma$ .

- [a] Calculer la probabilité de l'événement  $M$  : "la tablette est mise sur le marché". On donnera la réponse à  $10^{-2}$  près.
- [b] On souhaite modifier le réglage des machines de telle sorte que la probabilité de cet événement atteigne 0.97. Déterminer la valeur de  $\sigma$  pour que la probabilité de l'événement "la tablette est mise sur le marché" soit égale à 0.97. On pourra donner la réponse sous la forme d'une fraction de deux réels.

**Exercice 3** Soit  $\lambda > 0$ . On observe  $X_1, X_2, \dots, X_n$  n v.a. i.i.d. de loi exponentielle de paramètre  $1/\theta$ . Le paramètre inconnu à estimer est  $\theta$ .

- [a] Décrire l'expérience statistique  $\mathcal{E}_n$ .
- [b] Calculer  $\mathbb{E}_\theta(X_1)$  et en déduire un estimateur de  $\theta$  que l'on notera  $\hat{\theta}$ .
- [c] Est-ce que le modèle est identifiable ?
- [d] Soit  $\hat{\theta}_1 = \sum_{i=1}^n X_i/n$ , calculer  $\mathbb{E}_\theta((\hat{\theta}_1 - \theta)^2)$ .

$$\Phi(t) = P(X \leq t) \text{ pour } X \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$t$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,5279	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,5438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,6293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,6591	0,66276	0,6664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,7054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,7224
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,7549
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,7673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,7823	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,8665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,879	0,881	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,9032	0,9049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,9222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,9452	0,9463	0,94738	0,94845	0,9495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,9608	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,9732	0,97381	0,97441	0,975	0,97558	0,97615	0,9767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,9803	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,983	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,985	0,98537	0,98574
2,2	0,9861	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,9884	0,9887	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,9901	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,9918	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,9943	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,9952
2,6	0,99534	0,99547	0,9956	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,9972	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,9976	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861

Table pour les grandes valeurs

3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
0,99865	0,99903	0,99931	0,99952	0,99966	0,99977	0,99984	0,99989	0,99993	0,99995	0,99997