

Uniquement les calculatrices et une feuille recto-verso de notes sont autorisées

Attention toute réponse devra être précisément justifiée. Une formule ne sera pas suffisante pour avoir les points.

### Exercice 1

Pour étudier le montant dépensé par une famille pour leurs loisirs, on choisit un échantillon de familles à Rennes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pour leurs loisirs pendant 1 an. La répartition des familles de l'échantillon 1 suivant le montant dépensé pour leurs loisirs pendant 1 an est donné par le tableau :

montant dépensé	[0,100[	[100,200[	[200,500[	[500,1000[	[1000,2000[
nombre de familles	5	24	36	50	35

1. Construire l'histogramme.
2. Calculer la somme moyenne dépensée à Rennes pour leurs loisirs pendant 1 an.
3. Dessiner le polygone des fréquences cumulées.
4. Donner la médiane et le premier quartile.

On a envie de faire une étude comparative et on choisit un échantillon de familles à Nantes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pour leurs loisirs pendant 1 an.

Pour l'échantillon 2 on a la somme exacte dépensée par les familles pour leurs loisirs pendant 1 an : 55, 78, 120, 1400, 200, 45, 1678, 950, 230, 15.

5. Calculer la somme moyenne dépensée à Nantes pour leurs loisirs pendant 1 an par une famille.
6. Calculer la variance de la somme dépensée à Nantes pour leurs loisirs pendant 1 an par une famille.
7. Donner la boîte à Moustache pour la somme dépensée pour leurs loisirs pendant 1 an par une famille à Nantes.
8. Les gens sont-ils plus dépensiers à Rennes ou à Nantes ?

### Exercice 2

Sur un grand nombre de personnes on a constaté que la répartition du taux de cholestérol suit une loi normale avec les résultats suivants : 56% ont un taux inférieur à 165 cg et 10% ont un taux supérieur à 180 cg. Quel est le nombre de personnes qu'il faut prévoir de soigner dans une population de 10 000 personnes, si le taux maximum toléré sans traitement est de 182 cg ?

### Exercice 3

On suppose que l'intervalle de temps entre deux voitures successives à un passage à niveau (peu fréquenté) suit une loi exponentielle de moyenne 30 minutes. On suppose de plus qu'il y a indépendance entre les intervalles de temps séparant les instants de passage de voitures. Calculer (une valeur approchée de) la probabilité qu'il y ait plus de 50 voitures qui empruntent le passage à niveau une journée donnée.

### Exercice 4

On observe  $X_1, X_2, \dots, X_n$  n v.a. i.i.d. de loi uniforme sur  $0, 1, 2, \dots, \theta$  où  $\theta$  est un entier naturel non nul.

1. Décrire l'expérience statistique  $\mathcal{E}_1$ .
2. Est-ce que le modèle est identifiable ?
3. Calculer  $\mathbb{E}_\theta(X_1)$  et en déduire un estimateur de  $\theta$  que l'on notera  $\hat{\theta}$ .
4. Soit  $\hat{\theta}_1 = 2 \sum_{i=1}^n X_i/n$ , étudier  $\mathbb{E}_\theta((\hat{\theta}_1 - \theta)^2)$ . On pourra utiliser que  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$ .

\AM@currentdocname .pdf

.pdf