

Uniquement les calculatrices non scientifiques sont autorisées et une feuille recto-verso de note

Attention toute réponse devra être précisément justifiée. Une formule ne sera pas suffisante pour avoir les points.

Exercice 1

Pour étudier le montant dépensé par une famille durant les soldes, on choisit un échantillon de familles à Rennes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pendant les soldes. La répartition des familles de l'échantillon 1 suivant le montant dépensé pendant les soldes est donné par le tableau :

| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| nombre de familles | 57 | 40 | 25 | 5 |

1. Construire l'histogramme.
2. Calculer la somme moyenne dépensée à Rennes pendant les soldes par une famille.
3. Pour cette question uniquement on fera l'hypothèse de milieu de classe, quelle est la variance de la somme dépensée pendant les soldes à Rennes ?
4. Dessiner le polygone des fréquences cumulées.
Pour les 2 questions suivantes on va faire l'hypothèse d'équirépartition au sein de la classe.
5. Donner la médiane et les quartiles.
6. Dessiner la boîte à moustache.

On a envie de faire une étude comparative et on choisit un échantillon de familles à Nantes et pour chacune d'elles, on note le montant dépensé pendant les soldes. La répartition des familles de l'échantillon 2 suivant le montant dépensé pendant les soldes est donné par le tableau :

| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| nombre de familles | 90 | 85 | 22 | 3 |

7. Calculer la somme moyenne dépensée à Nantes pendant les soldes par une famille.
8. Les gens sont-ils plus dépensiers à Rennes ou à Nantes ?

Finalement on regarde les échantillons de personnes et on se rends compte qu'il y a plus de famille composée de plus de 2 personnes à Rennes. On obtient les résultats suivants :

a) à Rennes pour les familles composées de 1 à 2 personnes on a :

| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| nombre de familles | 40 | 25 | 5 | 1 |

et pour les familles composées d'au moins 3 personnes :

| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| nombre de familles | 17 | 15 | 20 | 4 |

b) à Nantes pour les familles composées de 1 à 2 personnes on a :

| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| nombre de familles | 85 | 78 | 19 | 1 |

et pour les familles composées d'au moins 3 personnes :

| | | | | |
|------------------------------------|---------|-----------|-----------|------------|
| montant dépensé pendant les soldes | [0,100[| [100,200[| [200,500[| [200,1000[|
| nombre de familles | 5 | 8 | 3 | 2 |

9. Finalement selon vous dans quelle ville les gens sont-ils les plus dépensiers ? Vous devez argumenter votre réponse avec des calculs.

Exercice 2

Un fournisseur d'accès à Internet met en place un point d'accès local, qui dessert 5000 abonnés. A instant donné, chaque abonné a une probabilité égale à 20% d'être connecté. Les comportements des abonnés sont supposés indépendants les uns des autres.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'abonnés connectés à un instant t .

- 1) Quelle est la loi de X ? Quelle est son espérance, son écart-type ?
- 2) On pose $Y = (X - 1000)/\sqrt{800}$. Par quelle loi peut-on approcher la loi de Y ?
- 3) Le fournisseur d'accès souhaite savoir combien de connexions simultanées le point d'accès doit pouvoir gérer pour que sa probabilité d'être saturé à un instant donné soit inférieure à 2,5%
En utilisant l'approximation précédente, proposer une valeur approchée de ce nombre de connexions.

Exercice 3

On suppose qu'à la naissance, la probabilité qu'un nouveau-né soit une fille est égale à $1/2$. On suppose que chaque naissance est indépendante de la précédente. On suppose que tous les couples ont des enfants jusqu'à obtenir une fille. On souhaite évaluer la proportion de garçons dans une génération de cette population. On note X le nombre d'enfants d'un couple pris au hasard dans la population.

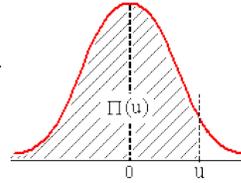
- 1) Donner la loi de la variable aléatoire X
- 2) On suppose qu'une génération en âge de procréer est constituée de n couples, et on note X_1, \dots, X_n le nombre d'enfants respectif de chaque couple. On note enfin p_n la proportion de filles issus de cette génération. Exprimer p_n en fonction de X_1, \dots, X_n
- 3) Quelle est la limite de p_n lorsque n tend vers l'infini. Qu'en pensez-vous ?

Table de Loi Normale

Fonction de répartition Π de la loi normale centrée réduite.

Probabilité de trouver une valeur inférieure à u .

$$\Pi(-u) = 1 - \Pi(u)$$



| u | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0 | 0.50000 | 0.50399 | 0.50798 | 0.51197 | 0.51595 | 0.51994 | 0.52392 | 0.52790 | 0.53188 | 0.53586 |
| 0.1 | 0.53983 | 0.54380 | 0.54776 | 0.55172 | 0.55567 | 0.55962 | 0.56356 | 0.56749 | 0.57142 | 0.57535 |
| 0.2 | 0.57926 | 0.58317 | 0.58706 | 0.59095 | 0.59483 | 0.59871 | 0.60257 | 0.60642 | 0.61026 | 0.61409 |
| 0.3 | 0.61791 | 0.62172 | 0.62552 | 0.62930 | 0.63307 | 0.63683 | 0.64058 | 0.64431 | 0.64803 | 0.65173 |
| 0.4 | 0.65542 | 0.65910 | 0.66276 | 0.66640 | 0.67003 | 0.67364 | 0.67724 | 0.68082 | 0.68439 | 0.68793 |
| 0.5 | 0.69146 | 0.69497 | 0.69847 | 0.70194 | 0.70540 | 0.70884 | 0.71226 | 0.71566 | 0.71904 | 0.72240 |
| 0.6 | 0.72575 | 0.72907 | 0.73237 | 0.73565 | 0.73891 | 0.74215 | 0.74537 | 0.74857 | 0.75175 | 0.75490 |
| 0.7 | 0.75804 | 0.76115 | 0.76424 | 0.76730 | 0.77035 | 0.77337 | 0.77637 | 0.77935 | 0.78230 | 0.78524 |
| 0.8 | 0.78814 | 0.79103 | 0.79389 | 0.79673 | 0.79955 | 0.80234 | 0.80511 | 0.80785 | 0.81057 | 0.81327 |
| 0.9 | 0.81594 | 0.81859 | 0.82121 | 0.82381 | 0.82639 | 0.82894 | 0.83147 | 0.83398 | 0.83646 | 0.83891 |
| 1.0 | 0.84134 | 0.84375 | 0.84614 | 0.84849 | 0.85083 | 0.85314 | 0.85543 | 0.85769 | 0.85993 | 0.86214 |
| 1.1 | 0.86433 | 0.86650 | 0.86864 | 0.87076 | 0.87286 | 0.87493 | 0.87698 | 0.87900 | 0.88100 | 0.88298 |
| 1.2 | 0.88493 | 0.88686 | 0.88877 | 0.89065 | 0.89251 | 0.89435 | 0.89617 | 0.89796 | 0.89973 | 0.90147 |
| 1.3 | 0.90320 | 0.90490 | 0.90658 | 0.90824 | 0.90988 | 0.91149 | 0.91309 | 0.91466 | 0.91621 | 0.91774 |
| 1.4 | 0.91924 | 0.92073 | 0.92220 | 0.92364 | 0.92507 | 0.92647 | 0.92785 | 0.92922 | 0.93056 | 0.93189 |
| 1.5 | 0.93319 | 0.93448 | 0.93574 | 0.93699 | 0.93822 | 0.93943 | 0.94062 | 0.94179 | 0.94295 | 0.94408 |
| 1.6 | 0.94520 | 0.94630 | 0.94738 | 0.94845 | 0.94950 | 0.95053 | 0.95154 | 0.95254 | 0.95352 | 0.95449 |
| 1.7 | 0.95543 | 0.95637 | 0.95728 | 0.95818 | 0.95907 | 0.95994 | 0.96080 | 0.96164 | 0.96246 | 0.96327 |
| 1.8 | 0.96407 | 0.96485 | 0.96562 | 0.96638 | 0.96712 | 0.96784 | 0.96856 | 0.96926 | 0.96995 | 0.97062 |
| 1.9 | 0.97128 | 0.97193 | 0.97257 | 0.97320 | 0.97381 | 0.97441 | 0.97500 | 0.97558 | 0.97615 | 0.97670 |
| 2.0 | 0.97725 | 0.97778 | 0.97831 | 0.97882 | 0.97932 | 0.97982 | 0.98030 | 0.98077 | 0.98124 | 0.98169 |
| 2.1 | 0.98214 | 0.98257 | 0.98300 | 0.98341 | 0.98382 | 0.98422 | 0.98461 | 0.98500 | 0.98537 | 0.98574 |
| 2.2 | 0.98610 | 0.98645 | 0.98679 | 0.98713 | 0.98745 | 0.98778 | 0.98809 | 0.98840 | 0.98870 | 0.98899 |
| 2.3 | 0.98928 | 0.98956 | 0.98983 | 0.99010 | 0.99036 | 0.99061 | 0.99086 | 0.99111 | 0.99134 | 0.99158 |
| 2.4 | 0.99180 | 0.99202 | 0.99224 | 0.99245 | 0.99266 | 0.99286 | 0.99305 | 0.99324 | 0.99343 | 0.99361 |
| 2.5 | 0.99379 | 0.99396 | 0.99413 | 0.99430 | 0.99446 | 0.99461 | 0.99477 | 0.99492 | 0.99506 | 0.99520 |
| 2.6 | 0.99534 | 0.99547 | 0.99560 | 0.99573 | 0.99585 | 0.99598 | 0.99609 | 0.99621 | 0.99632 | 0.99643 |
| 2.7 | 0.99653 | 0.99664 | 0.99674 | 0.99683 | 0.99693 | 0.99702 | 0.99711 | 0.99720 | 0.99728 | 0.99736 |
| 2.8 | 0.99744 | 0.99752 | 0.99760 | 0.99767 | 0.99774 | 0.99781 | 0.99788 | 0.99795 | 0.99801 | 0.99807 |
| 2.9 | 0.99813 | 0.99819 | 0.99825 | 0.99831 | 0.99836 | 0.99841 | 0.99846 | 0.99851 | 0.99856 | 0.99861 |
| 3.0 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |
| 3.1 | 0.99903 | 0.99906 | 0.99910 | 0.99913 | 0.99916 | 0.99918 | 0.99921 | 0.99924 | 0.99926 | 0.99929 |
| 3.2 | 0.99931 | 0.99934 | 0.99936 | 0.99938 | 0.99940 | 0.99942 | 0.99944 | 0.99946 | 0.99948 | 0.99950 |
| 3.3 | 0.99952 | 0.99953 | 0.99955 | 0.99957 | 0.99958 | 0.99960 | 0.99961 | 0.99962 | 0.99964 | 0.99965 |
| 3.4 | 0.99966 | 0.99968 | 0.99969 | 0.99970 | 0.99971 | 0.99972 | 0.99973 | 0.99974 | 0.99975 | 0.99976 |
| 3.5 | 0.99977 | 0.99978 | 0.99978 | 0.99979 | 0.99980 | 0.99981 | 0.99981 | 0.99982 | 0.99983 | 0.99983 |
| 3.6 | 0.99984 | 0.99985 | 0.99985 | 0.99986 | 0.99986 | 0.99987 | 0.99987 | 0.99988 | 0.99988 | 0.99989 |
| 3.7 | 0.99989 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99990 | 0.99991 | 0.99991 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 | 0.99992 |
| 3.8 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99993 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99994 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99995 |
| 3.9 | 0.99995 | 0.99995 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99996 | 0.99997 | 0.99997 |