

## CCI3

Une attention particulière sera être portée à la rédaction. Tout devra être bien justifié.

### Exercice 1:

Soit

$$E = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \text{ et } x_1 + 2x_2 + x_3 = 0\}.$$

et

$$F = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0\}.$$

- 1) Montrer que  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ .
- 2) Donner une base de  $E$ .
- 3) Donner une base de  $F$ .
- 4) A-t-on  $E \oplus F = \mathbb{R}^3$ ?

### Exercice 2:

$$\begin{array}{ccc} f & \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) & \mapsto & (x - y, x + y) \end{array}$$

1. Montrer que  $f$  est une application linéaire.
2. Déterminer  $\ker f$ .
3. Déterminer  $\operatorname{Im} f$ .

### Exercice 3:

Soient

$$F = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, x_1 = x_2 = x_3\}.$$

et

$$F = \{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3, y, z \in \mathbb{R}\}.$$

Montrer que  $F$  et  $G$  sont deux sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$ . Préciser leurs bases et leurs dimensions. Sont-ils en somme directe?