

CONTROLE CONTINU DE STATISTIQUES DESCRIPTIVES
L1 ECO
- Correction -

EXERCICE 1 (5 points)

Le nombre de téléphones portables vendus en France entre 2005 et 2008 a connu plusieurs évolutions successives : il a augmenté de 2,2% entre 2005 et 2006, de 3,5% entre 2006 et 2007 et de 10,2% entre 2007 et 2008.

1) Si la tendance observée entre 2005 et 2008 ne change pas, au bout de combien de temps le nombre de téléphones portables vendus en France aura doublé (par rapport à 2005). (1 point)

”Si la tendance observée entre 2005 et 2008 ne change pas” indique qu’il faut se baser sur la tendance moyenne observée entre 2005 et 2008. Ainsi, il faut au préalable calculer le taux de croissance annuel moyen, cela revient à résoudre :

$$\begin{cases} V_{2008} = (1 + \bar{g})^3 V_{2005} \\ V_{2008} = 1.022 * 1.035 * 1.102 * V_{2005} \end{cases}$$

Ainsi, $\bar{g} = 5,24\%$.

Ensuite, pour trouver au bout de combien d’année le nombre de téléphones portables vendus en France aura doublé, il faut résoudre :

$$\begin{cases} V_t = (1 + \bar{g})^t V_{2005} \\ V_t = 2 * V_{2005} \end{cases} \\ \Leftrightarrow (1 + \bar{g})^t = 2 \\ \Leftrightarrow (1,0524)^t = 2 \\ \Leftrightarrow t \ln 1,0524 = \ln 2 \Leftrightarrow t = 13,5$$

Il faut donc 13 ans et demi pour que le nombre de téléphones portables vendus double.

2) Calculer l’augmentation du nombre de téléphones portables vendus entre 2008 et 2009 sachant que ce nombre a été multiplié par 1,25 entre 2005 et 2009. (1 point)

Cela revient à trouver x , tel que :

$$\begin{cases} V_{2009} = 1,25 * V_{2005} \\ V_{2009} = 1.022 * 1.035 * 1.102 * (1 + x) * V_{2005} \end{cases}$$

L’augmentation du nombre de téléphones portables vendus entre 2008 et 2009 est de 7,2%.

3) Le montant total des ventes des téléphones portables entre 2005 et 2009 a diminué de 3,2%. Quel est le taux de variation de l’évolution du prix des téléphones portables 2005 et 2009. (1,5 point)

D’après le cours, on sait que lorsqu’une valeur est le rapport de deux autres, le taux de croissance est le rapport des multiplicateurs -1. Attention, ce résultat se retrouve très simplement!

Notons p , le prix ; q , la quantité et $V = p * q$.

On sait que $q_{2009} = 1,25 * q_{2005}$, $V_{2009} = 0,968 * V_{2005}$ et on cherche g_p tel que $p_{2009} = (1 + g_p) * p_{2005}$.

$$V_{2009} = 0,968 * V_{2005} \Leftrightarrow p_{2009} q_{2009} = 0,968 * p_{2005} q_{2005}$$

En remplaçant p_{2009} et q_{2009} :

$$p_{2009}q_{2009} = 0,968 * p_{2005}q_{2005}$$

$$(1 + g_p) * p_{2005} * 1,25 * q_{2005} = 0,968 * p_{2005}q_{2005}$$

Après résolution, on trouve que $g_p = -0,2256 = -22,56\%$

4) Le prix moyen d'un téléphone portable était de 88 euros en 2005. Calculez les prix moyens observés en 2006, 2007, 2008 et 2009. (1,5 point)

Pour cela, il faut au préalable calculer le taux de croissance annuel moyen du prix. On sait que le taux de croissance global entre 2005 et 2009 est de $-22,56\%$. Ainsi, $(1 + \bar{g}_p)^4 * p_{2005} = 0,7744 * p_{2005}$ et le taux de croissance annuel moyen du prix est donc égal à $\bar{g}_p = -0,0619$ c'est à dire environ $-6,2\%$.

On trouve donc environ: $p_{2006} = 82,54$, $p_{2007} = 77,43$, $p_{2008} = 72,63$ et $p_{2009} = 68,12$.

EXERCICE 2 (15 points)

Nous présentons dans le tableau suivant la répartition des ménages retraités français (dont le chef de famille est en retraite) selon leur niveau de revenus annuels pour l'année 2007.

Niveau de revenu en euros	Effectifs
[0-10000[800 000
[10000- 15000[2 400 000
[15000-20000[1 200 000
[20000-25000[2 800 000
[25000-35000[800 000

1) Déterminez la population et le caractère étudié (0,5 point)

La population étudiée est celle des ménages retraités français, lme caractère étudié est leur niveau de revenu, il s'agit d'une variable quantitative continue.

2) Représentez graphiquement la distribution de la série. Qu'observez-vous ? (1 point)

Pour représenter correctement la distribution (histogramme), il faut au préalable corriger les fréquences!

xi	ni	fi	f'i
[0-10000[800000	0,1000	0,0500
[10000- 15000[2 400 000	0,3000	0,3000
[15000-20000[1 200 000	0,1500	0,1500
[20000-25000[2 800 000	0,3500	0,3500
[25000-35000[800 000	0,1000	0,0500

3) Représentez graphiquement la fonction de répartition décroissante de la série. Qu'observez-vous ? (1 point)

La variable étant une variable quantitative continue, la fonction de répartition est continue. Il faut calculer la fréquence cumulée pour tracer la fonction de répartition.

Niveau de revenu	Effectifs	f	F-
[0-10000[800000	0,1	1
[10000- 15000[2400000	0,3	0,9
[15000-20000[1200000	0,15	0,6
[20000-25000[2800000	0,35	0,45
[25000-35000[800000	0,1	0,1
			0

Pour commenter une fonction de répartition il faut regarder sa pente, plus elle est importante, plus cela implique une concentration forte sur cet intervalle.

4) Calculez le niveau de revenu moyen, ainsi que le niveau de revenu médian. Interprétez vos résultats. (2 points)

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i \\ &= \frac{1}{8000000} (800000 * 5000 + \dots + 800000 * 30000) = 17750\end{aligned}$$

Pour calculer le budget médian, il faut raisonner par interpolation linéaire sur l'intervalle [15000-20000[à partir de la fréquence cumulée (ici décroissante, cf. tableau précédent). On pose le rapport des distances suivant :

$$\frac{0,5 - 0,6}{0,45 - 0,6} = \frac{Me - 15000}{20000 - 15000}$$

et on trouve : $Me = 18333,33$

5) Construisez la boîte à moustache pour cette série. Que constatez-vous ? (2 points)

Pour tracer la boîte à moustache, il faut au préalable calculer les valeurs suivantes par interpolation linéaire :

Min	0
Max	35000
D1	10000
Q1	12500
Me	18333,33
Q3	22857,14
D9	25000

6) Calculez et interprétez l'écart-type. (1,5 point)

Ecart-type : racine de la variance.

$$V(x) = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{8000000} (800000 * 5000^2 + \dots + 800000 * 30000^2) - 17750^2 = 47437500$$

L'écart-type est égal à 6887,48.

7) La distribution de la série est-elle symétrique ? Justifiez votre réponse à partir d'un des deux coefficients étudiés dans le cours. (1 point)

Le coefficient d'asymétrie de Yule est basé sur les écarts de quartiles. Il s'écrit :

$$s = \frac{(Q3 - M) - (M - Q1)}{(Q3 - M) + (M - Q1)} = -0,13$$

Le coefficient d'asymétrie de Pearson établit une statistique basée sur les écarts entre Moyennes et Modes.

$$s = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = -0,69$$

Ces deux coefficients sont négatifs : la série est étalée à gauche, c'est à dire qu'on observe davantage de dispersion sur les hauts revenus que sur les bas.

8) Après avoir calculé le total des revenus perçus par les retraités français, déterminez la médiale. Qu'observez-vous lorsque vous la comparez au revenu médian ? (2 points)

xi	ni	ci	nici	f(nici)	F(nici)
[0-10000[800000	5000	4000000000	0,02816901	0
[10000- 15000[2400000	12500	30000000000	0,21126761	0,02816901
[15000-20000[1200000	17500	21000000000	0,14788732	0,23943662
[20000-25000[2800000	22500	63000000000	0,44366197	0,38732394
[25000-35000[800000	30000	24000000000	0,16901408	0,83098592
	8000000		142000000000		1

La médiale est la médiane de la nouvelle série calculée. Comme la médiane, elle se calcule par interpolation linéaire. Ici, la médiale est égale à 21323,7.

Le salaire médian est égal à 18333,33 cela signifie que 50% des retraités gagnent moins de 18333,33. La médiale implique que 50% de la masse des revenus est versée aux retraités gagnant moins que 21323,7. Ainsi, 50% des retraités gagnent moins de 50% de la masse des revenus.

9) Tracez la courbe de Lorenz. Quelle conclusion pouvez-vous en tirer ? (1 point)

Pour tracer la courbe de Lorenz il faut placer en abscisse la fréquence cumulée de la série "classique" et en ordonnée la fréquence cumulée de la la série $n_i x_i$.

Lorsque l'on trace cette courbe, le centre d'intérêt est la distance entre la première bissectrice et cette courbe. Ainsi, plus l'aire comprise entre les deux est importante, plus il y a des inégalités (ou plus la concentration est importante).

10) Calculez l'indice de Gini et concluez quant au niveau de concentration du revenu des ménages retraités français. (2,5 points)

L'indice de Gini mesure le pourcentage d'inégalités réalisées sur les 100% possibles. (*Se reporter au cours pour la construction de l'indice*)

xi	Fi	F(nici)	Trapèzes=(b+B)*h/2
[0-10000[0	0	0,001408451
[10000- 15000[0,1	0,02816901	0,040140845
[15000-20000[0,4	0,23943662	0,047007042
[20000-25000[0,55	0,38732394	0,213204225
[25000-35000[0,9	0,83098592	0,091549296
	1	1	0,393309859

Ici, la somme des trapèzes est égale à 0,39, ainsi, l'aire de concentration est égale à 0,10 et l'indice de Gini est égal à 0,2. Ainsi, sur les 100% d'inégalités possibles, 20% sont réalisées.

11) En 2008, on prévoit une augmentation moyenne du niveau de vie équivalente à 1000. Pouvez-vous exprimer cette évolution en taux de variation ? (0,5 point)

Le niveau de vie moyen est égal à 17750, s'il augmente de 1000 il sera égal à 18750, ainsi l'augmentation en taux de variation est donnée par :

$$\frac{(18750 - 17750)}{17750} * 100 = 5,63\%$$