

DESS IMOI - AD 2004-2005
SÉRIES TEMPORELLES
DM6

DM6-1. À partir des observations $\{x_1, \dots, x_{100}\}$ d'une série temporelle on trouve les valeurs $\hat{\gamma}(0) = 1382,2$, $\hat{\gamma}(1) = 1114,4$, $\hat{\gamma}(2) = 591,73$ et $\hat{\gamma}(3) = 962,16$. Utiliser ces valeurs pour trouver les estimations de Yule-Walker de ϕ_1, ϕ_2 et σ^2 pour le modèle

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + W_t, \{W_t\} \sim WN(0, \sigma^2),$$

de la série corrigée par la moyenne $Y_t = X_t - 46,93$ ($t = 1, \dots, 100$).

DM6-2. On suppose que le modèle précédent est réellement un AR(2). Utiliser les mêmes données pour trouver des intervalles de confiance à 95% pour ϕ_1 et ϕ_2 . *Indication* : si \mathbf{G} est un vecteur gaussien $\mathcal{N}_d(\mathbf{m}, \Sigma)$ alors $(\mathbf{G} - \mathbf{m})^t \Sigma^{-1} (\mathbf{G} - \mathbf{m}) \sim \chi^2(d)$. Ensuite utiliser la normalité asymptotique de l'estimateur de Yule-Walker, la convergence $\hat{\sigma}^2 \rightarrow \sigma^2$ et l'approximation $\Gamma_p \approx \hat{\Gamma}_p$.

DM6-3. On reprend les mêmes données des deux exercices précédentes. Utiliser l'algorithme de Durbin-Levinson pour calculer les valeurs estimées de la PACF empirique $\hat{\phi}_{11}$, $\hat{\phi}_{22}$ et $\hat{\phi}_{33}$. La valeur de $\hat{\phi}_{33}$ est-elle compatible avec l'hypothèse de modèle AR(2) (c'est-à-dire avec l'hypothèse $p = 2$) ? Utiliser le coefficient de sécurité 95%.