

DESS IMOI - AD 2004-2005  
SÉRIES TEMPORELLES  
DM6

**DM6-1.** À partir des observations  $\{x_1, \dots, x_{100}\}$  d'une série temporelle on trouve les valeurs  $\hat{\gamma}(0) = 1382,2$ ,  $\hat{\gamma}(1) = 1114,4$ ,  $\hat{\gamma}(2) = 591,73$  et  $\hat{\gamma}(3) = 962,16$ . Utiliser ces valeurs pour trouver les estimations de Yule-Walker de  $\phi_1, \phi_2$  et  $\sigma^2$  pour le modèle

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + W_t, \{W_t\} \sim WN(0, \sigma^2),$$

de la série corrigée par la moyenne  $Y_t = X_t - 46,93$  ( $t = 1, \dots, 100$ ).

**DM6-2.** On suppose que le modèle précédent est réellement un AR(2). Utiliser les mêmes données pour trouver des intervalles de confiance à 95% pour  $\phi_1$  et  $\phi_2$ . *Indication* : si  $\mathbf{G}$  est un vecteur gaussien  $\mathcal{N}_d(\mathbf{m}, \Sigma)$  alors  $(\mathbf{G} - \mathbf{m})^t \Sigma^{-1} (\mathbf{G} - \mathbf{m}) \sim \chi^2(d)$ . Ensuite utiliser la normalité asymptotique de l'estimateur de Yule-Walker, la convergence  $\hat{\sigma}^2 \rightarrow \sigma^2$  et l'approximation  $\Gamma_p \approx \hat{\Gamma}_p$ .

**DM6-3.** On reprend les mêmes données des deux exercices précédentes. Utiliser l'algorithme de Durbin-Levinson pour calculer les valeurs estimées de la PACF empirique  $\hat{\phi}_{11}$ ,  $\hat{\phi}_{22}$  et  $\hat{\phi}_{33}$ . La valeur de  $\hat{\phi}_{33}$  est-elle compatible avec l'hypothèse de modèle AR(2) (c'est-à-dire avec l'hypothèse  $p = 2$ ) ? Utiliser le coefficient de sécurité 95%.