Université de Rennes 1 | MIEE L1
Année 2013-2014 | Module AN1 : Groupes 1,2,3,5,8

**Contrôle continu 3**
**21 octobre 2013, 10h15**

**Nom et Prénom :** **Note :**

L'épreuve dure **45** minutes. Les trois exercices sont indépendants. Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés. Vous devez répondre sur le sujet. Bon travail!!!

**Exercice 1.**
Calculer la limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+\sin(x)}-\sqrt{x^2-\sin(x)}}{\ln(x)}$.

**Solution**

$$\frac{\sqrt{x^2+\sin(x)}-\sqrt{x^2-\sin(x)}}{\ln(x)}\frac{\sqrt{x^2+\sin(x)}+\sqrt{x^2-\sin(x)}}{\sqrt{x^2+\sin(x)}+\sqrt{x^2-\sin(x)}} =$$
$$= \frac{2\sin(x)}{\ln(x)(\sqrt{x^2+\sin(x)}+\sqrt{x^2-\sin(x)})}.$$

Le rapport d'une fonction bornée par une fonction qui tend $+\infty$ tend vers 0.

**Exercice 2.**

Soit $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}} \cdot \ln(x) \cdot (\cos(x) - 1)$.

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction $f$.
2. Calculer la $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ en justifiant vos assertions avec précision.
3. Déterminer les asymptotes de $f$.

**Solution**

- $Dom(f) = Dom(\ln(x)) \cap Dom(\sqrt{x^2-9}) = ]0, +\infty[ \cap (]-\infty, -3[ \cup ]3, +\infty[) = ]3, +\infty[$.
- La fonction est majorée par 0 et minorée par $\frac{1}{\sqrt{x^2-9}} \cdot \ln(x) \cdot (-2)$. $\frac{1}{\sqrt{x^2-9}} \cdot \ln(x)$ tend vers zero, donc la limite est 0.
- La fonction a un asymptote vertical en $x = 3$ et un asymptote horizontal $y = 0$ $+\infty$.

**Exercice 3.**
Pour chacune des fonctions suivantes préciser les ensembles sur lesquels elles sont définies, dérivables, et calculer leurs dérivées :

1. $g(x) = (\sin(x^2+1))^3$ ;
2. $h(x) = \ln(\ln(x))$ ;
3. $l(x) = \sqrt{x^4 - 16}$.

1. $3(\sin(x^2+1))^2 \cdot (cos(x^2+1)) \cdot (2x)$, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. $\frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x}$, définie et dérivable sur $]1, +\infty[$.
3. $\frac{4x^3}{2\sqrt{x^4-16}}$, définie sur $]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$ et dérivable sur $]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$.