

Corrigé du contrôle continu 1
7 octobre 2013, 16h15

Exercice 1.

1. Pour la fonction f , x doit vérifier : Soit $x - 3 \leq 0$ et $x + 1 < 0$, soit $x - 3 \geq 0$ et $x + 1 > 0$. Donc le domaine de définition de la fonction f est :

$$]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[.$$

Pour la fonction g , x doit vérifier : $x^2 + x + 3 \geq 0$ et $\sqrt{x^2 + x + 3} \neq 3$. Mais $x^2 + x + 3 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{4} > 0$; et $\sqrt{x^2 + x + 3} = 3$ si et seulement si $x^2 + x - 6 = 0$, cette équation a deux racines : -3 et 2 . Donc le domaine de définition de g est :

$$\mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}.$$

2. Le domaine de définition de h est \mathbb{R} , qui est symétrique par rapport à 0. Et $h(-x) = (-x)\sqrt{(-x)^4 + 1} = -x\sqrt{x^4 + 1} = -h(x)$. Alors h est impaire.

Exercice 2.

1. Le quotient est : $X - 2$, et le reste est : $2X^2 - X + 2$.
2. $X^3 + 2X^2 = X^2(X + 2)$.
3. La forme théorique de la décomposition est :

$$\frac{2X^2 - X + 2}{X^2(X + 2)} = \frac{A}{X} + \frac{B}{X^2} + \frac{C}{X + 2}.$$

On déduit facilement que $A = -1$, $B = 1$ et $C = 3$. Donc

$$\frac{R(X)}{X^2(X + 2)} = X - 2 - \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \frac{3}{X + 2}.$$