Université de Rennes 1 | MIEE L1
Année 2013-2014 | Module AN1 : Groupe

Contrôle continu 1
7 octobre 2013

Nom et Prénom : **Note :**

L'épreuve dure **40** minutes. Les deux exercices sont indépendants. Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés. Vous devez répondre sur le sujet. Bon travail !!!

Exercice 1.

1. Trouver le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x^2-9}.$$

$$g(x) = \frac{1+\sqrt{1+x}}{|x|-2}.$$

2. Soit $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$h(x) = x^2 \sin x.$$

Est-ce que la fonction h est paire ou impaire ?

Solution 1.

1. Tout d'abord pour la bonne définition de la racine carrée on pose $x^2+x-2 \geq 0$, donc $x \leq -2$ et $x \geq 1$. En suite pour la non annulation du denominateur on a $x^2 - 9 \neq 0$, donc $x \neq \pm 3$. Donc $x \in]-\infty, -3[\cup]-3, -2[\cup]1, 3[\cup]3, +\infty[$.
2. Pour la bonne définition de la rac. carr. on a $x \geq -1$. En suite $x \neq \pm 2$ afin d'avoir un dnominateur non nul. Donc $x \in]-1, 2[\cup]2, +\infty[$.

Solution 2.

x^2 est une fonction paire et $\sin x$ est une fonction impaire, donc leur produit est impaire.

Exercice 2.

1. Effectuer la division euclidienne de $X^5 + X + 4$ par $X^4 - X^2$.
2. Donner la factorisation en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$ de $X^4 - X^2$.
3. Donner la décomposition en éléments simples sur $\mathbb{R}$ de $R(X)$ définie par

$$R(X) = \frac{X^5 + X + 4}{X^2(X^2 - 1)}.$$

Solution 3.

1. La division euclidienne donne X comme résultat et $X^3 + X + 4$ comme reste
2. $X^4 - X^2 = X^2(X + 1)(X - 1)$
3. la decomposition théorique est $X + \frac{a}{X-1} + \frac{b}{X+1} + \frac{c}{X^2} + \frac{d}{X}$. En amenant tout sur un dnominateur commun on trouve facilement :

$$X + \frac{3}{X - 1} - \frac{1}{X + 1} - \frac{4}{X^2} - \frac{1}{X}.$$