$f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$

1) $f$ est définit sur $]-\infty;1[$ et $]1;+\infty[$ car on ne peut pas diviser par 0 donc $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

2)

3) $f'(x) = \dfrac{e^x \times (x-1) - e^x \times 1}{(x-1)^2}$

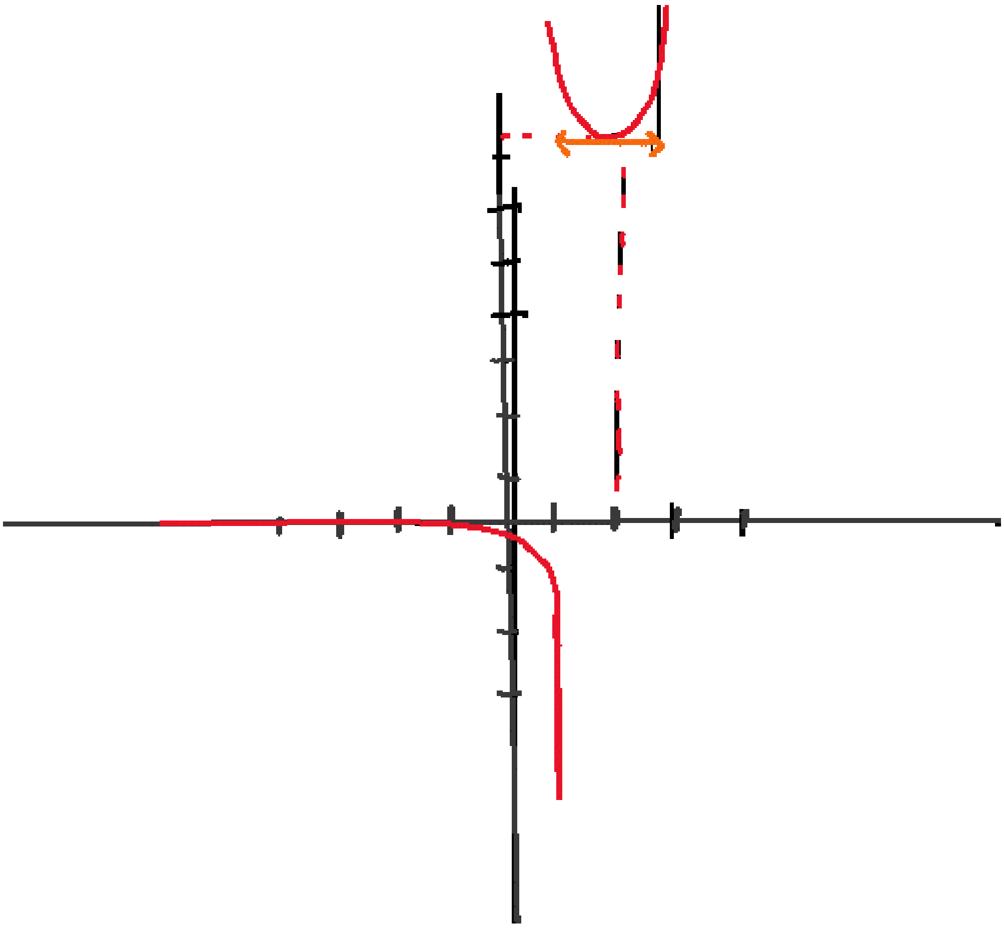
$= \dfrac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2}$

$= \dfrac{e^x((x-1)-1)}{(x-1)^2}$

$= \dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$

$\begin{cases} u = e^x \\ u' = e^x \\ v = x-1 \\ v' = 1 \end{cases}$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e^x(x-2)$ | | | $-$ | | $0$ | $+$ | |
| $(x-1)^2$ | | $+$ | $0$ | $+$ | | | |
| $f'(x)$ | | $-$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\searrow$ | $\Vert$ | $\searrow$ | $e^2$ $7{,}39$ | $\nearrow$ | |



3) On dérive avec la formule (u'v-uv')/v², puis on factorise par e^x

Pour trouver le signe de f'(x), on cherche le signe de e^x(x-2) qui s'annule quand x=2 : donc négatif ]-∞ ;2[ et positif ]2 ; +∞[

Ensuite le signe (x-2)² qui s'annule en 2 et qui autrement est toujours positive car c'est une fonction carré.

Donc le signe de la dérivée s'annule en 2, est négative en ]-∞ ;2[ sauf quand x=1 car on ne peut pas diviser par 0, puis positive en ]2 ;+∞[

On peut donc déduire les variations de f(x) grâce à sa dérivée soit décroissante en ]-∞ ;1[ et ]1 ;2] avec f(2)= e^2 puis croissante en [2 ;+∞[