Question 3 :

f est dérivable sur $\mathbb{R}/\{1\}$ comme quotient de fonctions dérivables ;

On pose $u = e^x$ et $v = x - 1$ F.U ; $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$u' = e^x$ $v' = 1$

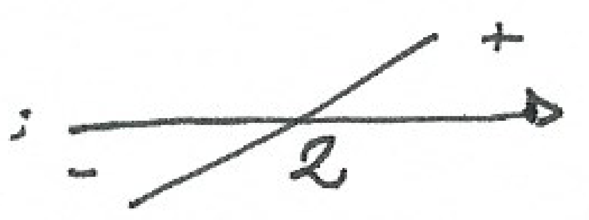
D'où $f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2} = \boxed{\frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}}$

• étude du signe de f'

$(x-1)^2 \geq 0$ sur $\mathbb{R}$ donc f' est du signe $e^x(x-2)$;

$e^x > 0$ sur $\mathbb{R}$

$x - 2 = 0 \iff x = 2$ or $a > 0$ d'où :



Donc f' est négatif sur $]-\infty ; 2[$ et positif sur $]2 ; +\infty[$

• on en déduit les variations de f ;

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
f'		$-$	||	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$ ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	e^2	↗	$+\infty$

• Rappel : $\lim\limits_{x \to 1^+} \frac{e^x}{x-1} = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^-} \frac{e^x}{x-1} = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

• $f'(0) = 2$, la fonction admet donc un minimum en $x = 2$;

$f(2) = \frac{e^2}{2-1} = e^2$