Exercice 3 :

Question 2 : Chercher une sol. particulière sous la forme $f_0(x) = (\alpha x + \beta) e^{-x}$

$$f_0'(x) - f_0(x) = -4xe^{-x}$$

$$\left((\alpha x + \beta) e^{-x}\right)' - (\alpha x + \beta) e^{-x} = -4xe^{-x}$$

$$\left((\alpha x + \beta)' e^{-x} + (\alpha x + \beta)(e^{-x})'\right) - (\alpha x + \beta) e^{-x} = -4xe^{-x}$$

$$\left(\alpha e^{-x} + (\alpha x + \beta) \times (-e^{-x})\right) - (\alpha x + \beta) e^{-x} = -4xe^{-x}$$

On peut simplifie par e^{-x} :

$$\left(\alpha - (\alpha x + \beta)\right) - (\alpha x + \beta) = -4x$$

$$-2\alpha x + \alpha - 2\beta = -4x + 0$$

En comparant les coefficients on va obtenir :

$$\begin{cases} -2\alpha = -4 \\ \alpha - 2\beta = 0 \end{cases} \quad \text{Donc} \quad \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = \dfrac{\alpha}{2} = 1 \end{cases}$$

Conclusion : $f_0(x) = (\alpha x + \beta) e^{-x}$

$$= (2x + 1) e^{-x}$$

↳ solution particulière de l'équation différentielle