UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mathématiques 1 pour ISTIC

Contrôle continu (durée deux heures)
(le 23/11/2017)

Nom : **Prénom :**

Documents, téléphones et calculatrices interdits

Exercice 1. (Pas de justifications demandées dans cet exercice.) *Question de cours.* (1 pt) Donner un exemple de fonction réelle $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ qui n'est ni paire ni impaire.

Parmi les fonctions données par les formules suivantes, dire lesquelles sont paires, ou impaires, ou ni l'une ni l'autre.

1.1) (1 pt) $f(x) = \sin(x) + 2x^3$

1.2) (1 pt) $f(x) = \exp(x^2) + |x|$

Exercice 2. *Question de cours.* (1 pt) Soient $x, y \in \mathbb{R}$ et $x > 0$. Donner la définition de la puissance x^y à l'aide des fonctions exp et ln.

$x^y =$

2.1) (2 pt) Simplifier les expressions suivantes au maximum.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{4y} \cdot 8^{\frac{2y}{3}} =$$

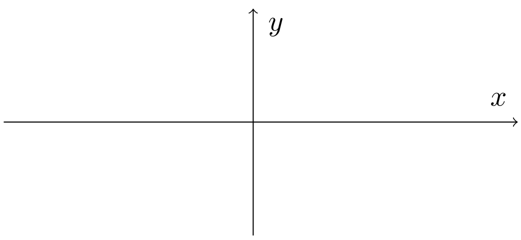
$$\frac{2\log_5(25)}{\log_2(16)} =$$

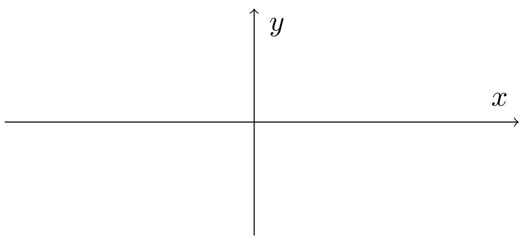
2.2) (1 pt) Trouver le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \sin(x) \cdot \ln(\frac{1}{x-2}) \qquad\qquad \mathcal{D}(f_1) =$$

$$f_2(x) = \frac{x^2+1}{e^x-1} \qquad\qquad \mathcal{D}(f_2) =$$

Exercice 3. (Pas de justifications demandées dans cet exercice.) *Question de cours.*
(1 pt) Tracez les graphes des fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x)$ et $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = |\cos(x)|$ en accordant du soin aux points particuliers.





3.1) (1 pt) Donnez l'ensemble de définition A et l'image $\mathrm{im}(h) = h(A)$ de la fonction $h : A \to \mathbb{R}$ définie par $h(x) = \ln(|\cos(x)|)$.

$A =$

$\mathrm{im}(h) =$

3.2) (1 pt) Donnez la plus petite période $T > 0$ de la fonction h.

$T =$

Exercice 4. (Pas de justifications demandées dans cet exercice.)
4.1) (1 pt) Trouvez le plus grand réel $a > 0$ tel que la fonction $f_2 : [0; a] \to \mathbb{R}$ définie par $f_2(x) = \sin^2(x) - 5$ soit injective.

$a =$

4.2) (1 pt) Trouvez l'unique réel t tel que la fonction $g : [0; \frac{\pi}{2}] \to [-5; t]$ définie par $g(x) = \sin^2(x) - 5$ soit bijective.

$t =$

4.3) (2 pts) Donnez l'ensemble de départ A, l'ensemble d'arrivée B et l'expression de la bijection réciproque $h = g^{-1}$, c'est-à-dire $h : A \to B$ avec :

$A =$

$B =$

$h(y) =$

Exercice 5. (4 pts) Calculez les limites suivantes, en donnant le détail de votre calcul :

5.1) $\lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} \ln(\ln(x)) =$

5.2) $\lim\limits_{\substack{x \to e \\ x > e}} \ln(\ln(\ln(x))) =$

5.3) $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x - \ln(x) =$

5.4) $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x+1}{x}\right)^x =$

Exercice 6. *Question de cours.* (1 pt) Soit I l'intervalle $[-1;1]$. Donner un exemple d'une fonction $f_1 : I \to \mathbb{R}$ qui n'est pas continue,

$$f_1(x) =$$

d'une fonction $f_2 : I \to \mathbb{R}$ qui est continue, mais pas dérivable,

$$f_2(x) =$$

et d'une fonction $f_3 : I \to \mathbb{R}$ qui est dérivable, mais pas constante :

$$f_3(x) =$$

6.1) (2 pts) En utilisant les règles de calcul, trouver la dérivée de chacune des fonctions suivantes : $f_1(x) = \sin(x \cdot e^x)$ et $f_2(x) = \dfrac{\ln(5-x)}{\sqrt{x}}$.

$$f_1'(x) =$$

$$f_2'(x) =$$

6.2) (1 pt) Évaluez les deux limites suivantes.

$$\lim_{t \to 0} \frac{e^t - 1}{t} =$$

$$\lim_{x \to \infty} x^{-2} \cdot \arctan(x) =$$