Université Rennes 1, 2014-2015 **Contrôle 1** Master 1 Math., ALGB

Aucun document n'est autorisé. Toute affirmation doit être justifiée.

Soit M un $\mathbb{Z}$-module. On dit que M est *divisible* si pour tout $n \in \mathbb{Z}$ non nul, le morphisme $f_n : M \to M$ défini par $f_n(x) = nx$ est surjectif.

(1) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas divisible.

(2) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Q}$ n'est pas libre.

On dit que M est un *module de torsion* si pour tout $x \in M$, il existe $n \in \mathbb{Z}$ non nul tel que $nx = 0$.

(3) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas un module de torsion.

(4) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ n'est pas libre.

Université Rennes 1, 2014-2015 **Contrôle 1** Master 1 Math., ALGB

Aucun document n'est autorisé. Toute affirmation doit être justifiée.

Soit M un $\mathbb{Z}$-module. On dit que M est *divisible* si pour tout $n \in \mathbb{Z}$ non nul, le morphisme $f_n : M \to M$ défini par $f_n(x) = nx$ est surjectif.

(1) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas divisible.

(2) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Q}$ n'est pas libre.

On dit que M est un *module de torsion* si pour tout $x \in M$, il existe $n \in \mathbb{Z}$ non nul tel que $nx = 0$.

(3) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas un module de torsion.

(4) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ n'est pas libre.

Université Rennes 1, 2014-2015 **Contrôle 1** Master 1 Math., ALGB

Aucun document n'est autorisé. Toute affirmation doit être justifiée.

Soit M un $\mathbb{Z}$-module. On dit que M est *divisible* si pour tout $n \in \mathbb{Z}$ non nul, le morphisme $f_n : M \to M$ défini par $f_n(x) = nx$ est surjectif.

(1) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas divisible.

(2) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Q}$ n'est pas libre.

On dit que M est un *module de torsion* si pour tout $x \in M$, il existe $n \in \mathbb{Z}$ non nul tel que $nx = 0$.

(3) Montrez qu'un $\mathbb{Z}$-module libre n'est pas un module de torsion.

(4) Montrez que le $\mathbb{Z}$-module $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ n'est pas libre.