

Licence FONDNATEXP -UE Math 310

Nombres réels TD 4

Ex1 On considère les suites de rationnels définies par récurrence par $u_0=1$

$$\text{et } u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{u_n + 2} \text{ et } v_0=2 \text{ et } v_{n+1} = \frac{1}{2} \left(v_n + \frac{2}{v_n} \right).$$

Montrer que ces suites sont adjacentes, que leur limite commune est $\sqrt{2}$.

Calculer sans calculatrice une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près

Ex 2 Soit g la fonction polynomiale

$$g : x \mapsto x^3 - 3x^2 - 7x + 2.$$

1. Montrer que l'équation $g(x)=0$ a trois solutions réelles dont l'une, qu'on notera b , est comprise entre 0 et 1.
2. Donner une valeur approchée de b à 10^{-1} près
3. Montrer que b n'est pas rationnelle

Ex 3. Soit (S_n) la suite définie par $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k}$.

Montrer que les suites extraites $u_n=S_{2n}$ et $v_n=S_{2n+1}$ sont adjacentes.

Ex 4 Donner dans chacun des cas suivants, un encadrement de $x+y$, $x-y$; xy et x/y

a) $2 < x < 15$ et $12 < y < 18$ b) $-15 < x < -6$ et $8 < y < 12$.

Ex 5 (sans calculatrice) Quel est le signe de $(2,34547)^2 - 5(2,34547) + 6$?