Licence FONDNATEXP – MathLG 308

Feuille (i) Théorème de Thalès, Théorème de Pythagore

Exercice i.1

a) Soit un triangle *ABC* isocèle en *A*, on nomme *a* et *b* les longueurs respectives des côtés *BC* et *AB*. Exprimer en fonction de *a* et *b* la longueur de la hauteur AH.

b) Exprimer la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral en fonction de la longueur *a* du côté.

c) A l'aide de la question b) et d'un triangle rectangle isocèle, complétez le tableau suivant

	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$4\pi/3$	$3\pi/2$	2π
sin												
cos												
tan												

d) Comment faire pour partager une tarte en 6 parts égales ?

Exercice i.2 Montrer qu'un disque est une partie convexe.

Exercice i.3 Soit une droite *D*, *A* un point de *D* et *B* un point n'appartenant pas à *D*. Montrer qu'il existe un unique cercle tangent à *D* en *A* et passant par *B*.
(*Indication : Procéder par condition nécessaire : « si un tel cercle existe alors nécessairement son centre… », montrer qu'il existe un seul point qui puisse être son centre, quel est alors le rayon ? Réciproquement montrer qu'un tel cercle convient)*

Exercice i.4 Soit un triangle *ABC*. La bissectrice intérieure de l'angle en *A* coupe *BC* en *I* .
Soit C' le point de la demi droite $[BA)$ tel que *AC'=AC*.
1° Montrer que les droites (*CC'*) et (*AI*) sont parallèles.
2° En déduire que $\dfrac{IB}{IC}=\dfrac{AB}{AC}$.

Exercice i.5 Théorème de Ménalaüs soient trois points *P, Q, R* pris sur les droites portant les côtés d'un triangle non aplati (*A, B, C*), (*P* $\in$(*AB*), *Q* $\in$(*BC*) et *R* $\in$(*AC*)). Montrer l'équivalence suivante :

$$P, Q, R \text{ sont alignés} \Leftrightarrow \frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}\frac{\overline{QB}}{\overline{QC}}\frac{\overline{RC}}{\overline{RA}}=1$$

(*Indication Supposer d'abord P, Q et R alignés puis considérer les images A, B',R et C de A, B,P et C dans la projection sur AC parallèlement à PQ et appliquer deux fois le théorème de Thalès.*
Réciproquement, montrer par l'absurde que les droites (PQ) et (AC) sont sécantes en M puis montrer que M=R).