

Examen de Mathématiques

Durée : 2 heures

L'usage des documents, des calculatrices et des téléphones portables n'est pas autorisé.

Exercice 1

On effectue la division euclidienne d'un entier naturel a par 40 : on trouve un quotient q et un reste égal à $3q^2$. Donner les valeurs possibles pour a .

Exercice 2

Le « jeu des marcheurs » se joue sur un tableau infini dessiné au sol, dont les cases sont numérotées à partir d'une case centrale notée (0,0). La première coordonnée va en croissant vers l'Est et la seconde va en croissant vers le Nord. (Ainsi, la case (2,1) est située à 2 pas vers l'Est et 1 pas vers le Nord de la case centrale.) Les seuls mouvements autorisés sont les suivants :

- 68 pas vers l'Est,
- 170 pas vers l'Ouest,
- 223 pas vers le Nord,
- 128 pas vers le Sud.

Au début du jeu, tous les joueurs sont placés sur la case centrale, et chacun tire au hasard une carte qui lui indique à quelle case il doit se rendre. Ensuite, chacun à son tour effectue un mouvement (parmi les 4 mouvements autorisés) dans le but de se rendre sur sa case.

- 1) Est-il possible d'atteindre la case (2,1) ? Si oui, donnez une suite de mouvements qui le permettent.
- 2) Donnez la façon la plus rapide d'atteindre la case (0,10).
- 3) Pourquoi le jeu s'appelle-t-il ainsi ?

Exercice 3

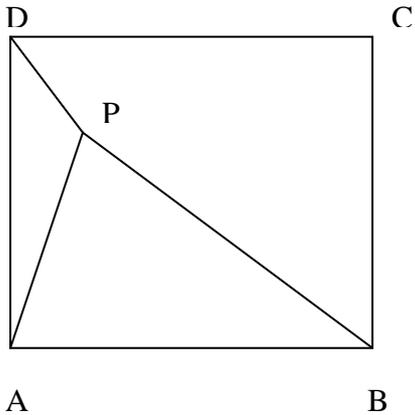
Première partie

- 1) Énoncer le théorème de Pythagore
- 2) Dans cette question on va montrer la réciproque du théorème de Pythagore. C'est-à-dire : « Si ABC est un triangle tel que $BC^2=AB^2+AC^2$, alors ce triangle est rectangle en A ». Soit ABC un triangle tel que $BC^2=AB^2+AC^2$. Soit le point D tel que (AD) est perpendiculaire à (AC) , et D est dans le demi-plan délimité par (AC) et contenant le point B .
 - a) Faire une figure
 - b) Montrer que $CD=BC$
 - c) En déduire que AC est la médiatrice de $[BD]$, puis que le triangle ABC est rectangle en A .

Seconde partie

(TSVP)

Soit dans le plan affine euclidien orienté, $ABCD$ le carré ci-dessous et P un point intérieur au carré tel que $AP=4$; $PB=6$ et $PD=2$.



- 1°) On considère la rotation de centre A et d'angle 90° , on nomme D' et P' les images respectives de D et P par cette rotation. Faire une figure.
- 2°) Calculer la longueur PP'
- 3°) Montrer que le triangle $P'PD$ est rectangle.
- 4°) En déduire la valeur de l'angle $(\overrightarrow{PD}, \overrightarrow{PA})$.
- 5°) Montrer que P, P' et D' sont alignés. (On pourra montrer que $(P'D')$ et (PP') sont toutes deux perpendiculaires à (PD) .)
- 6°) En déduire la longueur du côté du carré.