Bases de numération (e)

Exercice e.1 Écrire 4498 en base 423 et 423 en base 4498.

Exercice e.2 Olivier a constaté que, pour tout nombre à trois chiffres qui s'écrit abc en base 10, si $b = a + c$ alors le nombre est divisible par 11. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Si abc est divisible par 11, a-t-on $b = a + c$?

Exercice e.3 Exprimez la durée de 1494312 secondes à l'aide de semaines, jours, heures, minutes. Comment adapter l'algorithme d'écriture en base b (*cf* démonstration du cours) pour retrouver ce résultat ? Comment qualifieriez-vous le système de numération utilisé pour exprimer les durées ?

Exercice e.4 Déterminez l'écriture en base 5 de : 126, 221 et 1000. Déterminez ensuite leur écriture en base 16.

Exercice e.5 Calculez, en numération binaire,

(1) la somme $S = \overline{1101} + \overline{1011}$

(2) la différence $D = \overline{1101} - \overline{1011}$

(3) les produits $\overline{110} \times \overline{11}$, $(\overline{101})^2$ et $\overline{1001101}$.

Exercice e.6 Combien y a-t-il de nombres ayant exactement 5 chiffres en numération binaire ?

Soient $b \geq 2$ et $n \geq 2$ deux entiers. Combien y a-t-il de nombres ayant exactement n chiffres en numération à base b ? Donner la valeur du plus petit et du plus grand de ces nombres.

Donnez les exemples de $b = 2$ et $n = 5$, $b = 10$ et $n = 4$.

Exercice e.7 Dans un système de numération de base n, on considère les nombres

$$A = \overline{211} \quad ; \quad B = \overline{312} \quad ; \quad C = \overline{133032}$$

(1) Sachant que $C = AB$, montrez que n divise 8. Déduisez-en la valeur de n.

(2) Écrivez A, B et C dans le système décimal.

Exercice e.8 Critères de divisibilité.

(1) En utilisant des divisions euclidiennes par 10 ou par 100, démontrez les critères de divisibilité par 2, 4, 5, 10 et 25.

(2) Démontrez que pour tout n il existe un entier k tel que $10^n = 9k + 1$. Déduisez-en les critères de divisibilité par 3 et par 9.

(3) Démontrez que pour tout n il existe un entier k tel que $10^n = 11k + (-1)^n$. Déduisez-en le critère de divisibilité par 11 suivant : *un nombre qui s'écrit* $a = r_n r_{n-1} \dots r_0$ *en base* 10 *est divisible par* 11 *si et seulement si* $r_n - r_{n-1} + \cdots + (-1)^n r_0$ *est divisible par* 11.

Exercice e.9 Soit n un nombre de trois chiffres dont le chiffre des centaines est x, celui des dizaines est y et celui des unités z. Si n est divisible par 7, lesquels des nombres suivants

$$z \; ; \; xyz \; ; \; 2x + 3y + z \; ; \; x + y + z \; ; \; 5x - y + 2z$$

sont divisibles par 7 ?