

Licence FONDNATEXP – MathLG 308

Feuille (b) Logique

Exercice b.1 Traduire en langage symbolique puis écrire la négation des propositions suivantes:

1. Tous les chats sont gris
2. Tous les chats ne sont pas gris.
3. Je prends un parapluie s'il pleut.

Exercice b.2 Énoncer les négations des propositions suivantes :

1. tout triangle rectangle possède un angle droit
2. tous les habitants de la lune sont des harengs
3. chacun n'est pas sans ignorer que tous les exercices de cette feuille sont difficiles.

Exercice b.3 Les propositions suivantes sont-elles vraies ? Sinon énoncer leur négation.

1. $\exists x \in \mathbb{N} \quad x^2 > 5$
2. $\forall x \in \mathbb{N} \quad x^2 > 5$
3. $\forall x \in \mathbb{N} \quad \exists y \in \mathbb{N} \quad y > x^2$
4. $\exists y \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{N} \quad y > x^2$
5. $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x < y \leq z$

Exercice b.4 On considère, sur l'ensemble F des femmes la relation propositionnelle : $P(x, y)$: x est la fille de y. Traduire en langage symbolique les phrases suivantes :

1. On peut trouver deux femmes dont l'une est la fille de l'autre.
2. Il y a une femme qui est la fille de toutes les autres.
3. Toute femme a au moins une fille.
4. On peut trouver une femme mère de toutes les autres
5. Toute femme a une mère.
6. Toute femme est fille de toute femme.

Exercice b.5 Montrer que les propriétés suivantes sont vraies. Puis écrire leur négation.

1. $\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad [n > N] \Rightarrow \left[\frac{1}{\sqrt{n}} < 0,01 \right]$
2. $\forall N \in \mathbb{N} \quad \exists n \in \mathbb{N} \quad [n > N] \Rightarrow \left[(-1)^n < 1 \right]$.

Exercice b.6 Géraldine participe tout comme Michel et moi à la soirée offerte par Catherine pour son anniversaire. Géraldine a les yeux marron. En cours de soirée j'ai fait cette confidence à Michel : « toutes celles qui ont les yeux vert sont mes amies. ».

Parmi les affirmations suivantes quelles sont (est) celle(s) dont on peut affirmer l'exactitude:

1. Géraldine n'est pas mon amie.
2. Géraldine, qui est une excellente amie, fait exception à la règle des yeux vert
3. Aucune des femmes présentes n'est mon amie si elle n'a pas les yeux vert.
4. Je connais toutes les femmes aux yeux vert présentes à cette soirée : elles sont mes amies.
5. Géraldine aurait pu être mon amie si elle avait eu les yeux verts.

Exercice b.7 On dispose de deux récipients A et B de capacité respective 4L et 5L. On peut remplir et vider à volonté ces récipients. Comment obtenir exactement 2L dans un quelconque des deux récipients en un minimum d'opérations. On notera R(A) pour remplir le récipient A et V(A) pour le vider ou V(A) dans B pour le vider dans B.°

Exercice b.8 Alain, Paul et Charles ont été interrogés par la police à propos du vol du vélo de Monsieur Lebrac. Alain a déclaré que Paul l'avait volé. Paul a dit qu'il était innocent. Charles a dit qu'il n'était pas le voleur. La police savait qu'un seul des trois disait la vérité. Alors, qui a volé le vélo ?