

## Examen de Mathématiques

---

Durée : 2 heures

*L'usage des documents, des calculatrices et des téléphones portables n'est pas autorisé.*

### Exercice 1

1. Vérifier que 123448 est divisible par 13. Si on fait passer le premier chiffre de ce nombre à la fin on obtient 234481, vérifiez que ce nombre est encore divisible par 13.
2. Plus généralement montrer que si un nombre à 6 chiffres est divisible par 13, le nombre obtenu en faisant passer le premier chiffre à la fin est encore divisible par 13.

### Exercice 2

Enumérer les différents types d'isométrie plane et préciser leurs éléments caractéristiques.

### Exercice 3

Le « jeu du tourneur en rond » se joue avec 35 plots disposés en rond sur le sol, à intervalles réguliers. Les plots sont numérotés de 0 à 34 en croissant dans le sens trigonométrique. Au début du jeu, le joueur est placé sur le plot numéroté 0, et tire au hasard une carte qui lui indique sur quel plot il doit se rendre. Le joueur se déplace d'une unique façon : en avançant de 13 cases dans le sens trigonométrique.

1. Sur quel plot le joueur se trouvera-t-il après 3 coups ?
2. S'il tire une carte lui demandant d'aller sur le plot 7, pourra-t-il y aller ? Si oui, en combien de coups minimum ?

### Exercice 4

*Pour faire la figure de cet exercice on recommande de tracer d'abord le cercle  $\mathcal{C}$  (éventuellement à la main proprement) puis le triangle  $ABC$ .*

Soit  $ABC$  un triangle, on souhaite montrer que les symétriques de l'orthocentre  $H$  (intersection des hauteurs) par rapport aux côtés appartiennent au cercle circonscrit  $\mathcal{C}$ . On appelle  $O$  le centre de  $\mathcal{C}$ ,  $D$  le point diamétralement opposé à  $A$  et  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .

1. Faire une figure.
2. En prouvant que ses côtés sont parallèles 2 à 2, démontrer que  $BDCH$  est un parallélogramme.
3. Démontrer que  $\overline{AH} = 2\overline{OI}$  en utilisant le théorème de Thalès dans des triangles convenablement choisis.
4. On note  $s$  la réflexion d'axe  $(BC)$  et  $s'$  la réflexion d'axe la droite parallèle à  $(BC)$  passant par  $O$ . Indiquer sans justification la nature de la transformation composée  $t = sos'$  et son (ses) éléments caractéristiques.
5. Quelle est l'image de  $A$  par  $t$  ? En déduire que  $s(H)$  appartient à  $\mathcal{C}$ .