

Exercice 6.16:

1) On cherche une solution particulière de $6a + 11b = 1$. Le couple $(a, b) = (2, -1)$ est une solution particulière de cette équation. On cherche les autres solutions:

$$6a + 11b = 1$$

$$\Leftrightarrow 6a + 11b = 6 \times 2 + 11 \times (-1)$$

$$\Leftrightarrow 11b + 11 \times 1 = 6 \times 2 - 6a$$

$$\Leftrightarrow 11(b+1) = 6(2-a) \quad (*)$$

Donc 11 divise $6(2-a)$, or 11 et 6 sont premiers entre eux, donc d'après le lemme de Gauss, 11 divise $(2-a)$. Il existe donc un entier k tel que =

$$2-a = 11k$$

$$\Leftrightarrow a = 2 - 11k$$

En remplaçant dans $(*)$ $2-a$ par $11k$, on obtient:

$$11(b+1) = 6 \times 11k$$

$$\Leftrightarrow b = 6k - 1$$

Réciproquement =

$$6(2-11k) + 11(6k-1)$$

$$= 6 \times 2 - 6 \times 11k + 11 \times 6k - 11 \times 1$$

$$= 12 - 11$$

$$= 1$$

Conclusion =

Les solutions de l'équation sont tous les couples (a, b) de la forme $(2-11k; 6k-1)$
 $\forall k \in \mathbb{Z}$.