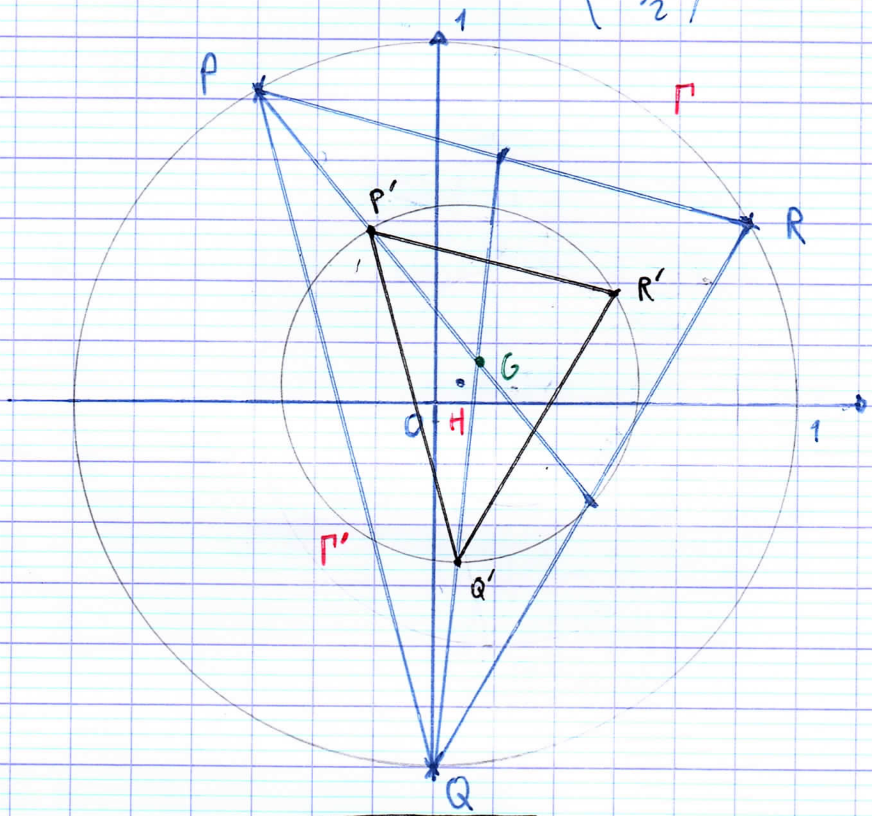
Exo 11:

$P\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ $Q\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $R\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$



1. $\|\vec{OP}\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$

$\|\vec{OP}\| = 1$

$\|\vec{OR}\| = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 1$

$\|\vec{OQ}\| = \sqrt{0 + (-1)^2} = 1$

$\|\vec{OP}\| = \|\vec{OR}\| = \|\vec{OQ}\| = 1$

donc P, Q, R sont ~~x~~ 3 points du cercle unité

2. G centre de gravité de P, Q, R

M' bar $((P,1),(Q,1),(R,1),(M,3))$

M' bar $((G,3),(M,3))$ par associativité des barycentres donc M' mil $[G, M]$

3. Soit H mil $[G, O]$

$$OM' = \frac{1}{2}\vec{OG} + \frac{1}{2}\vec{OM}$$

$$OM' = \vec{OH} + \frac{1}{2}\vec{OM}$$

$$\vec{HM'} = \frac{1}{2}\vec{OM}.$$

$\|\vec{HM'}\| = \frac{1}{2}$, Γ' est le cercle de rayon $\frac{1}{2}$ et de centre H

4. on a M' mil $[GM]$

et $\|\vec{HM'}\| = \frac{1}{2}$

H mil $[GO]$

si $M = P$ on a

M' mil $[GM] \Leftrightarrow P'$ mil $[GP]$ (1)

et donc $OP' = \frac{1}{2}\vec{OG} + \frac{1}{2}\vec{OP}$ par (1)

$$\vec{OP'} = \vec{OH} + \frac{1}{2}\vec{OP}$$

$$\vec{HO} + \vec{OP'} = \frac{1}{2}\vec{OP}$$

$$\vec{HP'} = \frac{1}{2}\vec{OP}$$

$\|\vec{HP'}\| = \frac{1}{2}\|\vec{OP}\|$, $\|\vec{OP}\| = 1$ d'après 1.

$$\|\vec{HP'}\| = \frac{1}{2}$$

donc $P' \in \Gamma'$

de la même manière on montre

$\|HQ'\| = \frac{1}{2}$ en substituant p par Q et R et

$\|HR'\| = \frac{1}{2}$ en remarquant que $\|\vec{OQ}\| = \|\vec{OR}\| = 1$ d'après 1.

on a donc $P', Q', R' \in \Gamma'$

les trois sommet appartiennent au cercle Γ' donc c'est le cercle circonscrit du triangle P', Q', R'.