CSP TD n°1

Solutions

1) $\gamma(t) = (2\cos t, 3\sin t)$

2) $y = (\ln x)^2$

En effet, $x = e^t$, $y = t^2 \Rightarrow \ln x = t$, $y = t^2 \Rightarrow y = (\ln x)^2$

3) $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t) \Rightarrow \|\gamma'(t)\| = \sqrt{2}\, e^t$ (calculez !)

d'où Longueur $A = \int_0^{2\pi} \sqrt{2}\, e^t \, dt = \sqrt{2}\,(e^{2\pi} - 1)$

(En général $s(t) = \int_0^t \|\gamma'(u)\| du = \sqrt{2}\,(e^t - 1)$)

4) $\gamma'(t) = \left(\frac{1}{2}(1+t)^{1/2}, -\frac{1}{2}(1-t)^{1/2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$\Rightarrow \|\gamma'(t)\| = 1$

5) i) $s(t) = \int_0^t \|\gamma'(u)\| du = \sqrt{2}\,(e^t - 1)$ voir Exercice 3

ii) Alors $s = \sqrt{2}\,(e^t - 1) \Rightarrow t = \ln\left(\frac{s}{\sqrt{2}} + 1\right)$ d'où

$$\delta(s) = \gamma(t(s)) = \left(\left(\frac{s}{\sqrt{2}}+1\right) \cos\left(\ln\left(\frac{s}{\sqrt{2}}+1\right)\right), \left(\frac{s}{\sqrt{2}}+1\right) \sin\left(\ln\left(\frac{s}{\sqrt{2}}+1\right)\right) \right)$$

6) i) $\gamma'(t) = (-2\cos t \sin t, 2\sin t \cos t) = (-\sin 2t, \sin 2t)$

Donc $\gamma'(t) = 0$ lorsque $t = \frac{\pi}{2} k$, $k \in \mathbb{Z}$

d'où $\gamma(t)$ n'est pas régulière

ii) $\gamma'(t) = (-\sin 2t, \sin 2t)$ $0 < t < \frac{\pi}{2}$

Donc $\gamma'(t) \neq \bar{0}$ d'où $\gamma(t)$ est régulière pour $t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

iii) $\gamma'(t) = (1, \sinh t) \neq \bar{0}$ d'où $\gamma(t)$ régulière

7) $\gamma_1(t) = (t, t^2)$ régulière ; $\gamma_2(t) = (t^3, t^6)$ pas régulière

($\gamma_2'(0) = (0,0)$)