

**Exercice**

On pose  $\sigma_i = \sum_{k=1}^i k$ . Calculer

$$\text{Dét} \begin{pmatrix} \sigma_1 & \dots & \dots & \sigma_1 \\ \vdots & \sigma_2 & \dots & \sigma_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \dots & \sigma_n \end{pmatrix}$$

**Éléments de solution**

On retranche la première colonne à la seconde, la seconde à la troisième, la  $i$ ème à la  $(i+1)$ ème, ..., et la  $(n-1)$ ème à la dernière. On obtient alors

$$\text{Dét} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \sigma_2 - \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_1 & \sigma_2 - \sigma_1 & \dots & \dots & \sigma_n - \sigma_{n-1} \end{pmatrix} = \sigma_1 \prod_{i=1}^{n-1} (\sigma_{i+1} - \sigma_i) = n!$$