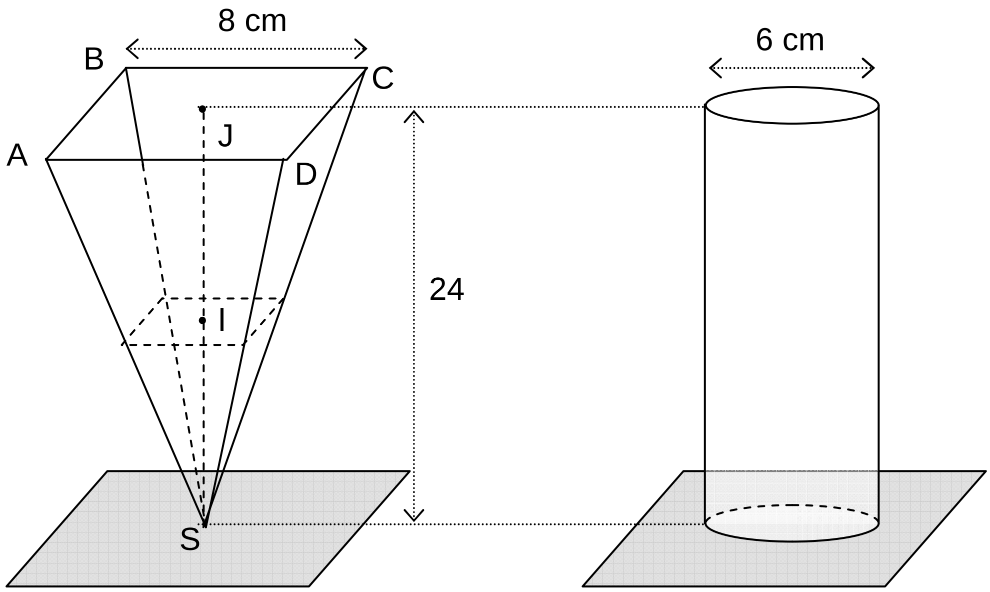
Agrandissement-Réduction

On considère deux vases (voir figures ci-dessous) : l'un constitué d'une pyramide <u>régulière</u> et l'autre d'un cylindre de révolution et tous deux montés sur des supports (grisés sur la figure).



1/ Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
Calculer le volume V_1 du vase 1 en cm^3 puis en litre.

2/ On remplit le vase 1 jusqu'à mi-hauteur (I est le milieu de [SJ]), obtenant ainsi une « pyramide d'eau », réduction de la pyramide constituée par le vase.

a/ Quelle est l'échelle de cette réduction ?

b/ Par combien doit-on multiplier le volume du vase pour obtenir celui de l'eau ?

c/ En déduire que le volume restant inoccupé représente les $\frac{7}{8}$ du volume initial V_1.

3/ On verse 512 cm^3 d'eau dans le vase 2.

a/ En notant V_2 le volume du vase 2, justifier le fait que cela ne déborde pas.

b/ Calculer, au dixième prés, la hauteur d'eau x en centimètre obtenue dans le vase

Correction Agrandissement-Réduction

1/ Le quadrilatère ABCD est la base d'une pyramide régulière, c'est donc un carré.

$V_1 = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{8\times8\times24}{3} = 512 \text{ cm}^3 = 0{,}512\ \ell$.

2/ a/ l'échelle de cette réduction $= \dfrac{\text{nouvelle dimension}}{\text{dimension initiale}} = \dfrac{1}{2}$

b/ On doit multiplier le volume du vase par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ pour obtenir celui de l'eau.

c/ Le volume restant inoccupé est égal à : $V_1 - \dfrac{1}{8} V_1 = \dfrac{7}{8}$

3/ a/ V_2 = aire de la base × hauteur = $\pi \times 3^2 \times 24 = 216\pi \approx 679$ cm^3, donc le vase ne déborde pas puisque le volume versé est inférieur au volume du vase.

b/ $512 = \pi \times 3^2 \times x$ d'où $x = \dfrac{512}{9\pi} \approx 18{,}1$ cm.

Correction Agrandissement-Réduction

1/ Le quadrilatère ABCD est la base d'une pyramide régulière, c'est donc un carré.

$V_1 = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{8\times8\times24}{3} = 512 \text{ cm}^3 = 0{,}512\ \ell$.

2/ a/ l'échelle de cette réduction $= \dfrac{\text{nouvelle dimension}}{\text{dimension initiale}} = \dfrac{1}{2}$

b/ On doit multiplier le volume du vase par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$ pour obtenir celui de l'eau.

c/ Le volume restant inoccupé est égal à : $V_1 - \dfrac{1}{8} V_1 = \dfrac{7}{8}$

3/ a/ V_2 = aire de la base × hauteur = $\pi \times 3^2 \times 24 = 216\pi \approx 679$ cm^3, donc le vase ne déborde pas puisque le volume versé est inférieur au volume du vase.

b/ $512 = \pi \times 3^2 \times x$ d'où $x = \dfrac{512}{9\pi} \approx 18{,}1$ cm.