

# **DES DEMONSTRATIONS JUGEES PAR UNE CLASSE DE 4EME (Collège de Retiers)**

## **I - BUT DE L'EXPERIMENTATION**

Faire se prononcer des élèves de 4ème sur quatre rédactions de démonstrations d'un même exercice : deux écrites par des élèves de 3ème (N° 1 et 3) et deux autres par des professeurs. Nous avons demandé à des enseignants de rédiger ces deux dernières pour qu'elles soient à leurs yeux un bon corrigé pour leurs élèves (2nde et 4ème).

## **II - CONDITIONS DE L'EXPERIMENTATION**

1) Environ deux semaines avant l'expérimentation, l'exercice suivant est proposé à la classe en travail à faire à la maison.

### **ENONCE**

Soit un triangle ABC et I un point quelconque.  
Les points M,N, E et F sont respectivement milieux de [AB] , [AC] , [BI] et [CI]

### **CONSIGNE**

- a) Faire la figure.
- b) Emettre des conjectures.

2) A la séance suivante, recherche collective d'une solution à la question : "Démontrer que  $MNFE$  est un parallélogramme". Les élèves sont avertis qu'après cette recherche, ils auront à rédiger la démonstration. Aucune explication n'est écrite au tableau. Une fois la solution trouvée (15 à 20 minutes), la figure dessinée au tableau est effacée et les élèves rédigent (15 à 35 minutes selon les élèves).

3) La veille de l'expérimentation, les quatre démonstrations rédigées sont distribuées aux élèves avec la consigne suivante : "Étudiez ces quatre démonstrations et choisissez celle qui vous convient le mieux" (travail à la maison).

Notons que le travail préparatoire permet aux élèves de travailler sur des démonstrations d'un problème complètement résolu.

4) Le matin de l'expérimentation : relevé des choix des élèves et formation des groupes pour l'expérimentation.

Choix des élèves : N° 1 : 13 élèves - N° 2 : 5 élèves - N° 3 : 4 élèves - N° 4 : 1 élève.

5) Expérimentation : 1 heure.

### III - CONSIGNES

"Vous avez étudié quatre rédactions de démonstration d'un même exercice. Vous avez fait un choix parmi ces rédactions. Vous allez en discuter avec vos camarades et vous mettre d'accord sur une note de 0 à 5 (note entière) à accorder à chaque rédaction. Vous justifierez la note attribuée à chaque texte par des avantages (arguments POUR) et des inconvénients (arguments CONTRE) de chaque solution. Par groupe vous aurez à remplir une affiche. Vous avez environ 40 minutes".

### IV - BILAN DE L'EXPERIMENTATION (Voir textes des affiches en Annexe 2)

A remarquer tout d'abord : la sévérité de la notation des élèves, les moyennes sont les suivantes :

Démonstrations N° 1 : 3,3/5 - N° 2 : 3/5 - N° 3 : 2,8/5 - N° 4 : 2,5/5

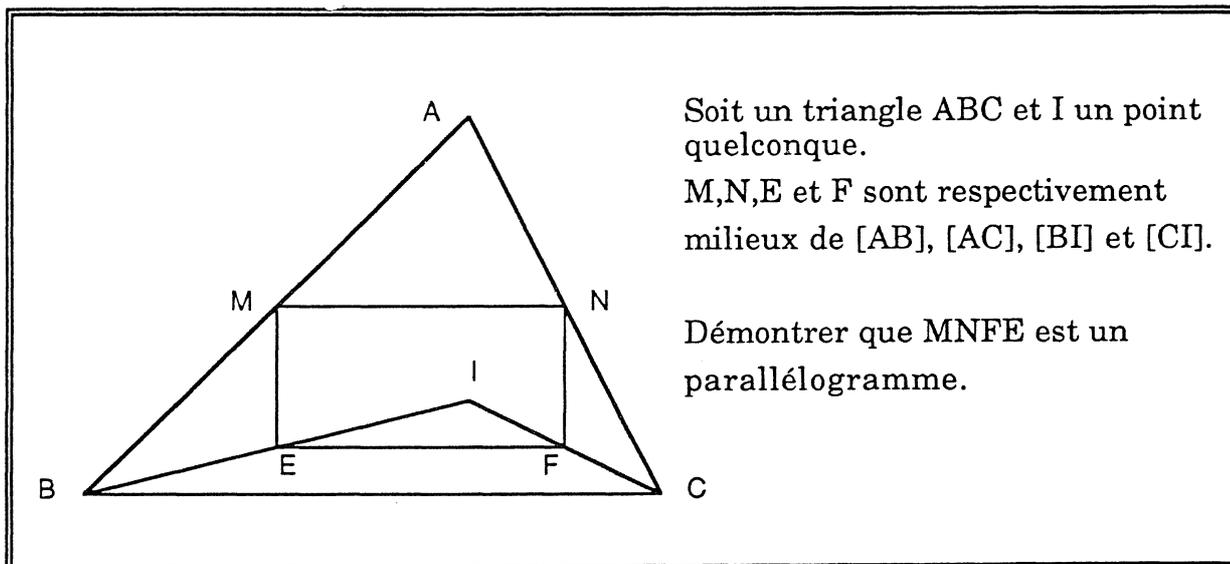
Aucune ne semble mériter 5/5. Et celle qui convient le mieux aux élèves (la N° 1) est la plus maladroite des quatre.

Pourquoi ce choix ? Parce que les élèves jugent que cette démonstration est la plus proche de ce que fait habituellement leur professeur. Par conséquent, c'est aussi celle dont la forme se rapproche le plus de leurs propres textes de démonstration (groupe E : la N° 1 se rapproche de nos habitudes). Cela n'empêche pas ces élèves d'être lucides : cette démonstration est confuse, fouillis, il n'y a pas de paragraphe. Il est intéressant de comparer ce jugement avec celui porté sur la démonstration N° 3 : celle-ci tout en étant appréciée pour sa clarté, est jugée mal disposée, mal rédigée, pas agréable à lire, etc... Il est à peu près certain que la cause est la suivante : leur professeur ne rédige jamais comme cela ses démonstrations. Ainsi, le fait de souligner certains mots est perçu comme bizarre (groupe F) : le professeur ne le fait jamais.

On voit donc l'importance que prend pour les élèves le MODELE que constitue la démonstration du professeur. On en perçoit aussi les dangers : des démonstrations correctes comme les N° 2 et 4 auxquelles les élèves trouvent beaucoup de qualités (clarté, bien construites) sont néanmoins vivement critiquées car non conformes au modèle de leur professeur. Un exemple : un élève tout en préférant la N° 2, choisit la N° 1 car il pense que cette dernière correspond à ce qu'on attend de lui.

Cela doit nous amener à réfléchir à la question suivante : peut-on se contenter de proposer aux élèves un seul modèle de démonstration ? L'argument souvent invoqué pour justifier un modèle unique est le suivant : les élèves moyens ou faibles s'y retrouvent mieux, comprennent mieux ce qu'on attend d'eux. Pour résumer, le contrat est clair. Mais en procédant ainsi, développe-t-on la capacité des élèves à juger de la validité de démonstrations de formes différentes qu'ils rencontreront plus tard et qui, tout en étant correctes, seront peut-être rejetées car non-conformes au modèle proposé (ou imposé) par leur professeur de 4ème.

## EXEMPLES DE TEXTES DE DEMONSTRATION (ELEVES OU PROFESSEURS)



Soit un triangle  $ABC$  et  $I$  un point quelconque.

$M, N, E$  et  $F$  sont respectivement milieux de  $[AB]$ ,  $[AC]$ ,  $[BI]$  et  $[CI]$ .

Démontrer que  $MNFE$  est un parallélogramme.

### DEMONSTRATION N° 1

$P_1$  - La droite passant par les milieux des deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté.

Je considère le triangle  $ABC$ .  $M$  est le milieu du segment  $[AB]$  et  $N$  est le milieu du segment  $[AC]$ . D'après  $P_1$  le segment  $[MN]$  est parallèle au segment  $[BC]$ . De même pour le triangle  $AIC$  qui a pour milieu  $N$  du segment  $[AC]$  et  $F$  milieu du segment  $[IC]$ , donc  $[NF]$  est parallèle à  $[AI]$ . Et aussi, de même pour le triangle  $AIB$  qui a pour milieu  $M$  du segment  $[AB]$  et  $E$  milieu du segment  $[IB]$ , donc le segment  $[ME]$  est parallèle au segment  $[AI]$ . Donc si les segments  $[ME]$  et  $[NF]$  sont parallèles au même côté  $[AI]$  alors ils sont parallèles entre eux. Dans le triangle  $CBI$  les milieux sont  $E$  milieu du segment  $[IB]$  et  $F$  milieu du segment  $[CI]$  donc d'après  $P_1$  le segment  $[EF]$  est parallèle au segment  $[CB]$ . Et donc les segments  $[EF]$  et  $[MN]$  sont parallèles au même côté donc parallèles entre eux. Donc le quadrilatère  $MNFE$  est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles donc c'est un parallélogramme.

## DEMONSTRATION N° 2

- a) Dans le triangle  $ABC$   
 $M$  est le milieu de  $[AB]$  et  $N$  est le milieu de  $[AC]$   
donc  $(MN) // (BC)$  (1).

Dans le triangle  $IBC$   
 $E$  est le milieu de  $[BI]$  et  $F$  est le milieu de  $[IC]$   
donc  $(EF) // (BC)$  (2).

D'après (1) et (2)  $(MN) // (EF)$

- b) Dans le triangle  $ABI$   
 $M$  est le milieu de  $[AB]$  et  $E$  est le milieu de  $[BI]$   
donc  $(ME) // (AI)$  (3)

Dans le triangle  $ACI$   
 $N$  est le milieu de  $[AC]$  et  $F$  est le milieu de  $[IC]$   
donc  $(NF) // (AI)$  (4)

D'après (3) et (4)  $(ME) // (NF)$

Le quadrilatère  $MNFE$  a ses côtés opposés parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme.

### DEMONSTRATION N° 3

#### Hypothèses

$ABC$  est un triangle  
 $MNEF$  est un quadrilatère  
 $M$  est le milieu de  $[AB]$   
 $N$  est le milieu de  $[AC]$   
 $F$  est le milieu de  $[IC]$   
 $E$  est le milieu de  $[BI]$

Conclusion : On veut démontrer que le quadrilatère  $MNEF$  est un parallélogramme.

Propriété : Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés, est parallèle au troisième côté.

Or par hypothèse la droite  $(MN)$  passe par les milieux des côtés  $[AB]$  et  $[AC]$  dans le triangle  $ABC$ .

Donc la droite  $(MN)$  est parallèle au côté  $[BC]$ .

De même par hypothèses la droite  $(EF)$  passe par les milieux des côtés  $[IB]$  et  $[IC]$  dans le triangle  $IBC$ .

Donc la droite  $(EF)$  est parallèle au côté  $[BC]$ .

Propriété : Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont toutes les deux parallèles.

Or les droites  $(MN)$  et  $(EF)$  sont parallèles au côté  $[BC]$ .

Donc  $(MN) // (EF)$

De même la droite  $(ME)$  passe par les milieux des côtés  $[BA]$  et  $[BI]$  dans le triangle  $ABI$ .

Donc la droite  $(ME)$  est parallèle au côté  $[AI]$ .

Ainsi que la droite  $(NF)$  passe par les milieux des côtés  $[AC]$  et  $[IC]$  dans le triangle  $ACI$ .

Donc la droite  $(NF)$  est parallèle au côté  $[AI]$ .

De même les droites  $(ME)$  et  $(NF)$  sont parallèles au côté  $[AI]$ .

Donc  $(ME) // (NF)$ .

Propriété : Un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme

Or par démonstration les côtés opposés du quadrilatère  $MNFE$ ,  $[ME]$  et  $[NF]$ , sont parallèles.

Ainsi que les côtés opposés  $[MN]$  et  $[EF]$  sont parallèles.

Donc  $MNFE$  est un parallélogramme.

**DEMONSTRATION N° 4**

**Hypothèses**

$ABC$  triangle quelconque  
 $I$  point quelconque  
 $M$  milieu de  $[AB]$   
 $N$  milieu de  $[AC]$   
 $E$  milieu de  $[BI]$   
 $F$  milieu de  $[CI]$

**Conclusion**

$MNFE$  parallélogramme.

1)

$M$  milieu de  $[AB]$   
 $N$  milieu de  $[AC]$

Propriété des milieux  
dans  $ABC$

$(MN) // (BC)$   
et  $MN = \frac{1}{2} BC$

2)

$E$  milieu de  $[BI]$   
 $F$  milieu de  $[CI]$

Propriété des milieux  
dans  $BCI$  (qui peut-être "un  
triangle aplati").

$(EF) // (BC)$   
 $EF = \frac{1}{2} BC$

3)

$(MN) // (BC)$   
 $(EF) // (BC)$

Deux droites parallèles à une  
troisième sont parallèles  
entre elles.

$(MN) // (EF)$

4)

$MN = \frac{1}{2} BC$   
 $EF = \frac{1}{2} BC$

Deux longueurs égales à une  
troisième sont égales entre elles.

$MN = EF$

5)

$(MN) // (EF)$   
 $MN = EF$

Un quadrilatère convexe dont  
deux côtés sont parallèles et  
de même longueur est  
un parallélogramme.

$MNFE$  est un  
parallélogramme.

## ARGUMENTS RELEVES DANS LES AFFICHES

A	POUR	CONTRE	B	POUR	CONTRE	C	POUR	CONTRE
N°1 4/5	- Elle est bien rédigée - Il explique bien ce qu'il veut dire. Il ne répète pas toujours la même chose.	- Les différentes parties ne sont pas assez visibles.	N°1 3/4	- Les phrases sont bien rédigées. - Triangle bien nommé. - Il y a un schéma de démonstration.	- Une seule propriété signalée. - Peu clair. - Hypothèses et conclusions non énoncés - Schéma non signalé. - Confusion possible avec les données.	N°1 4/5	- Bien définie. - Compréhensible. - Rien ne manque.	- Début trop chargé.
N°2 3/5	- Les parties différentes sont bien visibles. - Il met en évidence les conclusions.	- On ne voit pas les définitions et les propriétés. - Elle n'est pas assez développée.	N°2 4/5	- Bien détaillée. - Clair. - Résultats encadrés. - Triangle bien nommé. - Court.	- Pas d'hypothèse, ni de propriété, ni de conclusion. - On ne sait pas ce que signifient les nombres (1),(2),(3),(4). - Répétition en début de chaque phrase.	N°2 3/5	- Claire et compréhensible.	- Trop rapide. - Elle n'est pas assez développée. - Elle est schématisée. - Il n'y a ni hypothèse, ni conclusion.
N°3 3/5	- On voit bien les différentes parties. Il utilise bien les mots d'introduction. - Il montre bien d'où vient ce qu'il affirme.	- C'est mal disposé. - On ne comprend pas facilement.	N°3 3/5	- Etapes bien marquées par les mots de liaison soulignés. - Hypothèses et conclusion bien signalées. - Court.	- Pas agréable à lire. - Répétition du même mot de liaison. - Triangle non précisé.	N°3 3/5	- Les hypothèses sont claires	- Au début on ne sait pas de quoi il s'agit. - Mal rédigée. - Beaucoup de répétition.
N°4 2/5	- Les parties différentes sont bien séparées. - Il met le principal.	- C'est trop schématisé. - Il ne développe pas assez. - C'est trop rapide.	N°4 3/5	- Court. - Supprime les difficultés de français. - C'est clair.	- Pas assez détaillé. - Propriété non énoncée. - Pas de figure.	N°4 2/5	- Claire.	- Schématisée, pas assez développée sur les hypothèses : mauvaise construction du schéma.
D	POUR	CONTRE	E	POUR	CONTRE	F	POUR	CONTRE
N°1 3/5	- Définition complète, détaillée. - Tout y est détaillé.	- Pas de paragraphe. - Fouillis. - Les différentes parties ne sont pas visibles. - Trop détaillée.	N°1 3/5	- Démonstration complète. - Rapprochement de nos habitudes.	- Répétitions. - Confuse. - Passages inutiles.	N°1 3/5	- Complet - Bonne. - Proportion entre démonstrations et propriétés.	- Données trop simplifiées. - Incomplet.
N°2 3/5	- Elle est très claire. - La démonstration se forme point par point.	- Les définitions ne sont pas marquées.	N°2	- Correcte mais...	- Pas assez développée mais ... manque de propriétés.	N°2 3/5	- Moins répétitif. - Bien résumé.	- Pas de propriétés. - Pas d'arguments. - Pas de données, trop résumé.
N°3 3/5	- Claire - Tous les grands points s'y trouvent. - Toutes les définitions sont énumérées.	- Mal ordonnée. - Les propriétés sont avant les hypothèses. - Pénible à lire (problème d'écriture).	N°3 3/5	- Complète. - Bien expliquée.	- Mal construit. - Certains mots de liaisons mal employés (ex : "propriété : un quadrilatère...")	N°3 2/5	- Etapes de démonstration claires.	- Souligné (bizarre) - Trop long - bavard. - Répétitif.
N°4 3/5	- Claire. - Il y a toutes les définitions plus une qui n'a pas été énoncée dans les autres.	- Pas rédigé.	N°4 3/5	- Complet pour le schéma. - Ordonné. - Bien expliquée.	- Un schéma doit être suivi d'une rédaction.	N°4 2/5	- Trop schématique. - Moins clair. - Pas de figure.	- Ressemble à un travail préparatoire. - Démontre différemment que <i>MNFE</i> est un parallélogramme.