

INTRODUCTION

Pour mieux connaître les points de vue nous avons analysé des démonstrations rédigées par des élèves et par des enseignants pour le problème suivant :

Soit un triangle ABC et I un point quelconque. M, N, E et F sont respectivement milieux de [AB], [AC], [BI] et [CI].

Démontrer que MNFE est un parallélogramme.

Nous avons demandé à des professeurs de Quatrième, de Troisième et de Seconde de rédiger une démonstration qui soit à leurs yeux un bon corrigé de problème pour leurs élèves.

Pour ce qui est des élèves, le problème avait été fait en classe et la solution donnée oralement. La démonstration a été rédigée à la maison. Ce travail est donc la rédaction de la démonstration d'un problème complètement résolu.

ANALYSE DES DEMONSTRATIONS

Ce paragraphe a pour but de rendre compte de cette analyse :

Elle consistait à relever dans chaque copie :

- les mots servant à introduire un théorème ou une définition,
- les mots indiquant une "hypothèse", c'est-à-dire une propriété indiquée dans l'exercice.
- les mots qui annoncent une conclusion,
- les mots qui introduisent un résultat déjà démontré,
- les mots qui annoncent le morceau de figure sur lequel on travaille,
- les mots qui suggèrent que l'on va refaire une démonstration semblable,

- pour chaque pas de démonstration repérable, l'ordre dans lequel sont présents dans le texte l'hypothèse, le théorème et la conclusion,
- si les données et la conclusion sont écrites avant la rédaction de la démonstration, la manière d'énoncer les théorèmes, sous forme instanciée ou non (*)

Copies de Troisième

La plupart des copies sont satisfaisantes ; une seule copie incohérente, et quelques fautes de français dans quelques autres.

LES POINTS COMMUNS

A première lecture les copies donnent une impression d'uniformité. Certaines particularités sont sans doute dues aux recommandations de l'enseignant :

- Beaucoup débutent par l'écriture des données (24 sur 30) et parfois de la conclusion (15 sur 30).
- Les théorèmes sont le plus souvent cités en entier et sous forme non instanciée (*).
- Un grand nombre de mots de liaison sont employés, pour bien marquer la structure du texte.
- Le mot théorème n'est pas employé, il est remplacé par propriété.

D'autres régularités ne doivent pas dépendre de la classe :

- Emploi très abondant du "donc".
- Utilisation très fréquente de "dans" pour parler du triangle dans lequel le théorème sera appliqué.
- Préférence nette pour les schémas : hypothèse-théorème-conclusion et théorèmehypothèse-conclusion. La forme hypothèse-conclusion, fréquente elle aussi, s'explique par la répétition de certains points de la démonstration.
- Une assez faible utilisation des mots indiquant qu'il y a une répétition dans la forme du raisonnement ou dans l'utilisation d'un théorème.

LA VARIETE

L'examen des tableaux d'analyse fait ressortir la très grande diversité des copies :

- Un grand nombre d'expressions sont employées aussi bien pour annoncer un théorème ou une hypothèse que pour rappeler un résultat déjà obtenu.
- Dans un nombre non négligeable de copies la démonstration est formulée dans un ordre non standard : Par exemple conclusion-hypothèse-théorème-conclusion.
- La présentation des données est assez variée : 17 notent "ABC triangle", 12 notent "I point quelconque", 2 gardent le mot respectivement au sujet des milieux.
- 6 copies semblent différencier volontairement les mots servant à introduire une hypothèse, des mots rappelant un résultat déjà obtenu.

* Exemple:

On peut énoncer le théorème : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu .

On peut aussi l'énoncer en l'appliquant à un quadrilatère du problème sous la forme : "ABCD étant un parallélogramme, ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu I".

On dit dans ce cas que l'énoncé du théorème est instancié.

Une autre classe de Troisième

Dans cette classe où trois copies sont incohérentes, une plus grande uniformité apparait pour les mots annonçant un théorème (propriété) ou une hypothèse (par hypothèse) ou une conclusion (donc). Les consignes de l'enseignant ont sans doute été plus prégnantes. Par contre une grande variété d'expressions sont utilisées dans les autres cas, pour annoncer le triangle dans lequel on travaille, pour utiliser un résultat déjà démontré, ou pour indiquer des répétitions dans la démonstration.

Des copies d'enseignants

Le fait le plus frappant est l'extrême diversité aussi bien au niveau de la présentation que de la structure.

Les mots de liaison sont plus rares chez les enseignants.

La plupart des expressions des élèves sont également employées par les enseignants. Cependant quelques expressions nouvelles apparaissent : "définition" et "théorème" pour annoncer un théorème, "on a" pour annoncer une hypothèse, "puisque" est plus fréquent.

lci encore, en général, les théorèmes ne sont pas instanciés. En seconde ils sont même quelquefois simplement cités par leur nom (exemple : théorème des milieux).

L'expression "on se place dans", fréquente chez les élèves, n'est pas employée par les enseignants. De même "or" pour utiliser un résultat déjà obtenu.

On peut être surpris de voir les enseignants mettre dans les données "ABC est un triangle" ou "I est un point quelconque" puisque ces expressions ne contiennent aucune véritable information mathématique. Cependant ces informations précisent le cadre dans lequel on va travailler et en cela elles sont utiles. Par contre, il n'est pas surprenant que, contrairement à quelques élèves, tous les enseignants qui notent les données au début de la solution, y mettent : "M milieu de [AB], B milieu de [AC], F milieu de [BI], E milieu de [CI]", supprimant le mot respectivement de l'énoncé.

Des exemples

On trouvera quatre exemples de démonstrations qui illustrent cette diversité (pages 97 à 100).

La première et la troisième sont des démonstrations d'élèves, la seconde est une démonstration d'un professeur de 2nde, la quatrième celle d'un professeur de collège.

CONCLUSION

Il ressort d'une manière générale, tant chez les élèves que chez les professeurs de collège (sauf pour les professeurs de 2nde) :

- que les données sont écrites à côtés de la figure (voir d'autres commentaire et enquête à ce sujet) et parfois aussi la conclusion à démontrer.
- que la structure privilégiée est : hypothèse-théorème-conclusion assez bien séparés (parfois le théorème est cité en premier, pratiquement jamais la conclusion sauf pour annoncer ce qui est à démontrer).

Il apparait à certains d'entre nous que c'est effectivement cette façon de faire qu'ils adoptent, au moins durant toute la 4ème, peut-être par prudence, parce que c'est la plus accessible à assimiler au départ par la majorité des élèves. C'est aussi à leurs yeux celle qui permet d'éviter des rédactions confuses, mal structurées dues à une mauvaise maîtrise chez certains de la langue française.

Mais si cette forme est sécurisante pour bon nombre d'élèves (et de professeurs !), ne constitue-t-elle pas un carcan pour d'autres ? Cette forme n'est-elle pas en effet trop éloignée de la rédaction d'un texte d'argumentation en français courant ?

D'un autre côté, la rédaction d'un texte mathématique ne doit-elle pas avoir sa spécificité et ses règles (voir d'autres commentaires à ce sujet).

En tout état de cause, il paraît évident qu'une démonstrațion modèle n'existe pas et de ce fait est apparu un consensus dans le groupe pour dire qu'il paraît souhaitable d'offrir à l'élève plusieurs manières de rédiger, faisant apparaître la grande variété des mots de liaison et pourquoi pas également, de la structure du texte en variant l'ordre d'apparition des données, théorèmes ou définitions et conclusion.

Libre ensuite à l'élève de choisir le style, la forme qui lui conviendra le mieux.

ANALYSE DE DEMONSTRATIONS PAR LES ELEVES ET LE PROFESSEUR

TABLEAU COMPARATIF DE FREQUENCES (%) DE L'ORDRE HYPOTHESE - THEOREME - CONCLUSION

ORDRE HYPOTHESE - THEOREME - CONCLUSION	ELEVES	PROFESSEURS
н.т.с.	41,0	32,9
T.H.C.	25,6	14,3
H.C.	16,4	41,4
T.C.	8,7	1,4
С.	2,6	-
н.т.н.с.	2,1	-
н.с.т.	⁻ 1,5	5,7
H.C.T.C.	1,5	-
C.T.H.C.	0,5	-
C.H.C.T.	-	2,9
C.H.C.	-	1,4

H.C. signifie par exemple que dans un pas de démonstration les hypothèses, c'est-à-dire les données ou des résultats déjà démontrés sont énoncées en premier, puis la conclusion, le théorème n'étant pas explicitement énoncé.

ANALYSE DE DEMONSTRATIONS PAR LES ELEVES ET LES PROFESSEURS TABLEAU COMPARATIF DE FREQUENCES (%) DE MOTS DE LIAISON EMPLOYES

	PROF.	7.7	,		8,7	,	1	-		34.8	-		,	-	13,0		1	ı	1	ı	82,0	ı	18,0	·		1-			37,5	37,5	12,5	ı	,	ı		•	ı	-	6,3	cv
	ELEVES	19,6	13,0	8,6	8,7	8,7	6,5	6,5	6.5	4,4	3.3	3,3	2.2	2,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	•	40,9	25,3	20,1	5,2	2,6	2,6	2,0	1,3	57,7	14,1	9,5	4,2	4,2	2,8	2,8	2,8	2,8	1,4	1,4	
DE MOIS DE LIMISON EMITEOTES		Par démonstration	-Or	{et ou {:::	Si	On vient de démontrer	Sachant que	Donc si	Comme	On a donc	D'après ce que nous venons de démontrer	Maintenant, on sait que	Ainsi	Par la démonstration précédente	Puisque	Or si	On sait donc que	On vient de prouver	D'après les affirmations	On a obtenu d'après	Dans	(Je me place) Me plaçant dans	Considérons	Propriété appliquée dans (à)	Soit	Je me situe dans	Propriété citée dans	Appliquons au	De même	D'après (par) la même propriété (précédente)	Aussi	Rappel du numéro d'une propriété	Ainsi que	(On a la) même propriété	Même propriété qu'auparavant	Propriété (idem que celle précédente)	Egalement	Toujours de même	De la même façon	
	rombre de mots relevés	 								ELEVES 180	PROF. 164					pour annoncer l'objet sur lequel on travaille :								ELEVES 302 PROF 279					pour annoncer une démonstration identique				ELEVES 139 PROF. 114							
PROFINAL PROFILE	raur.	20,0	2,9	17,1	1	_	1	_	-	-	-	-	_	5,7	22,9	28,6	14,3	4,8	4,8	1	,	•	ı	47,6	73,0	3,2	7,9	1,6	1,6	4,8	ı	1,6		1		3,2	3,2			
	ELE V ES	53,8	16,5	16,5	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,3	1,3	6,0	6,0	0,4	-	52,9	19,3	12,9	5,7	4,3	3,6	0,7	0,7	1	82,4	•	2,6	2,3	2,3	1,6	1,3	1,0	0,7	0,3	0,3	•	1			
		Propriété	D'après la propriété (suivante)	ර්	Je cite la propriété suivante	Car	Nous savons que	Comme	D'après	En utilisant	Or nous savons que	On a la propriété	Propriété réciproque (ou caractéristique)	Je peux utiliser la propriété	Définition - Théorème	Par hypothèse	ď	Nous savons par hypothèse que	Nous savons que	Or d'après les hypothèses	Comme	Or par hypothèse, nous savons que	Sachant que	On a puisque	Donc	Alors	On (peut) en déduit(re) que	Ona	On peut affirmer que	D'où	On peut dire que	Par conséquent	J'en conclus que	Nous pouvons en conclure que	Conclusion	On a prouvé que				
Nombro do moto	relevés			pour annoncer	un théorème ou	une définition :			ELEVES 451	PROF. 250							pour annoncer	les hypothèses :		ELEVES 245	PROF. 150						pour annoncer	la conclusion :			ELEVES 605	PROF. 450							-	