QUATRE ENONCES - SIX DEMONSTRATIONS

I - NOTRE CHOIX ET NOS OBJECTIFS

Il s'agit de faire dégager par les élèves ce qui est "données" dans un texte de démonstration déjà rédigé ; bien souvent ces notions essentielles sont peu claires pour eux et de là vient une partie de leurs difficultés en géométrie. Pour cela nous avons choisi de leur faire associer des énoncés de problèmes et des démonstrations.

Des expériences de ce type avaient déjà été faites, mais les élèves s'en sortaient assez facilement, par la construction de la figure, pour classer énoncés et démonstrations, lorsque les énoncés étaient trop différents.

Dans le cas choisi, les questions sont toujours les mêmes : "Démontrer que OACD est un losange" et la figure finale est la même. Les élèves ont donc été obligés d'apporter des justifications autres que graphiques.

Entre-nous, ce n'est pas évident de trouver 4 énoncés différents avec une même question et une même figure ; nous sommes à la recherche d'idées !

II - OBSERVATION DE L'ACTIVITE

Six groupes hétérogènes de 4 élèves ont été observés dans une classe de 4ème.

La consigne était :

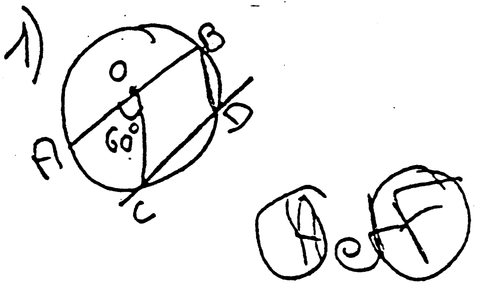
"Quelle(s) démonstration(s) correspond(ent) à quel énoncé ? Justifiez votre choix".

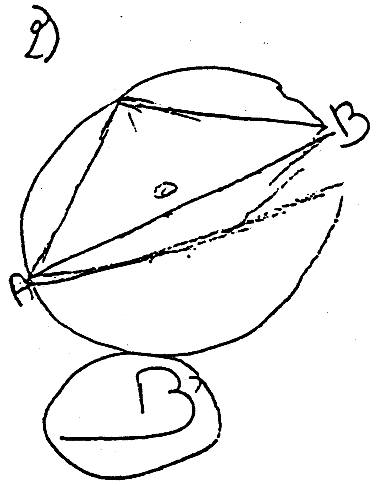
III - LES DIFFERENTES STRATEGIES OBSERVEES

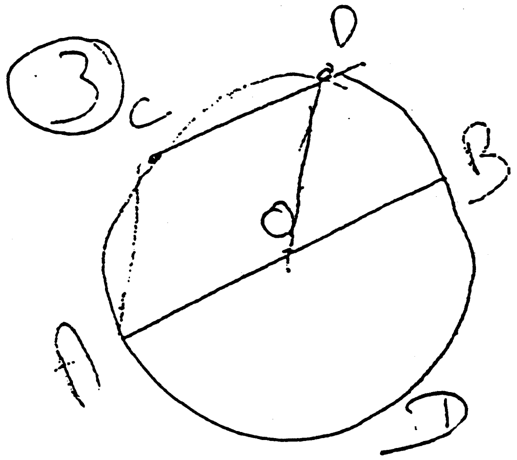
Les groupes ont souvent tâtonné et utilisé des stratégies qu'ils n'ont pas menées à leur terme :

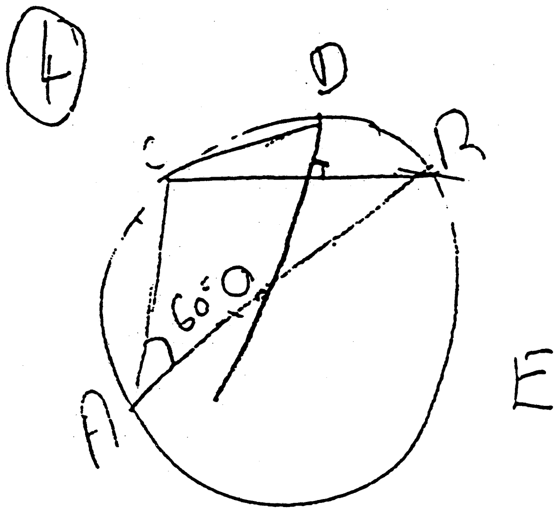
- soit on s'applique à tout lire alternativement, énoncés et démonstrations, mais sans dégager de véritable stratégie.

- soit on lit les énoncés et on fait des figures :
  * celles-ci sont faites à main levée et leur imprécision n'apporte rien. Voire induisent des erreurs.

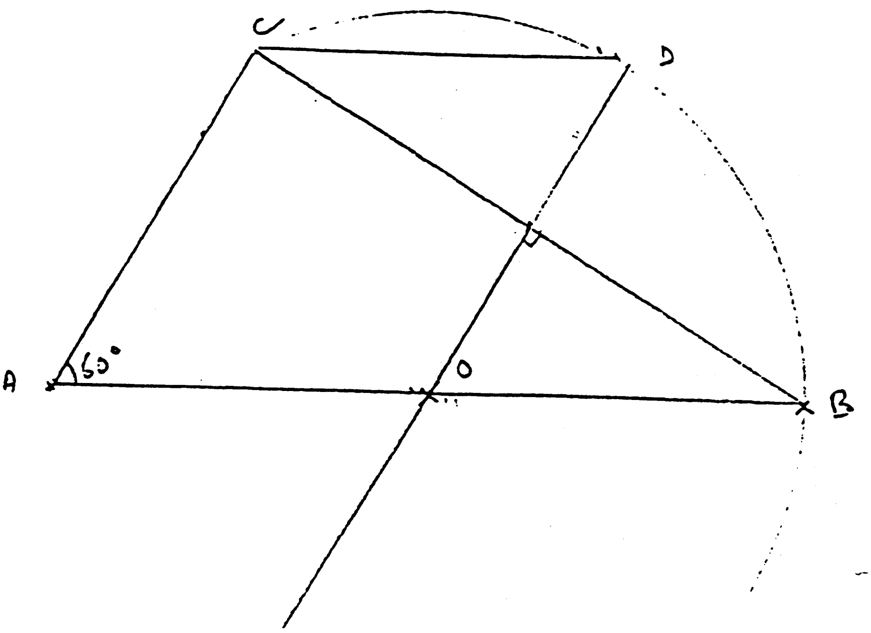


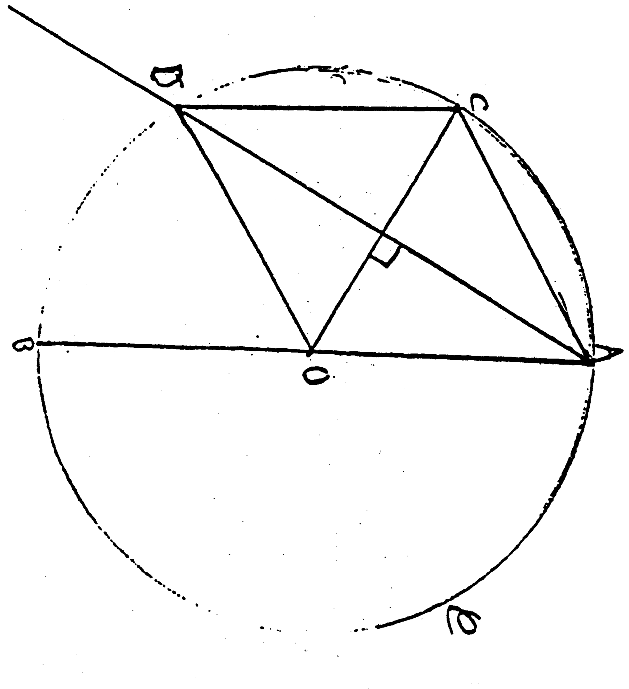






* celles-là sont insuffisamment codées pour être utiles.





- Soit on cherche à relier énoncés et démonstrations en allant à la "pêche" aux mots, ce qui est une ébauche de méthode permettant d'écarter dans un premier temps certains textes.

Cependant peu d'élèves sont capables de faire d'emblée une analyse plus poussée pour dégager la différence entre données et démonstration, mais beaucoup y parviennent à la fin de la séance.

<u>Exemple</u> : On parle d'un angle de 60° dans l'énoncé 1 de même dans les démonstrations A, C et D mais les élèves ne font pas la différence entre 60° utilisés dans les données (A et C) et dans la démonstration (D).

De même pour la médiatrice (Enoncé 1) qui apparaît dans les démonstrations C et E.

Seuls quelques élèves font preuve de perspicacité. Ils ne sont pas suivis immédiatement car la longueur de l'ensemble des textes déroute les autres, mais en même temps les pousse à faire une lecture approfondie, peu efficace cependant.

La construction de figure est assez vite abandonnée faute de résultats.

D'autres initiatives apparaissent :

<u>Exemple</u> : On se partage la lecture des textes, mais la confrontation se fait mal entre les élèves.

Dans cette première approche, des réponses souvent correctes ont été écartées, soit par manque d'attention, soit par manque d'arguments suffisamment convaincants.

Dans plusieurs groupes, les observateurs sont intervenus au bout d'une demi-heure pour faire le point et aider les élèves à choisir une méthode et à s'y tenir.

<u>Exemple</u> : Prendre un énoncé et le confronter à chacune des démonstrations.

On repère alors les mots importants et leur place dans le texte.

- Perpendiculaire, parallèle, angle, médiatrice.

Cela met à jour d'autres problèmes : ce mot fait-il partie des données ou de la démonstration ?

Les données sont-elles obligatoirement au début ?

Ceux qui comprennent la différence - ce qui est l'enjeu de l'activité - progressent alors rapidement.

IV - NOS REMARQUES

C'est une activité difficile qui demande beaucoup d'attention, c'est pourquoi les élèves s'y investissent.

Ils ont su distinguer (même s'ils maîtrisent mal les démonstrations) ce qui est donné de ce qui est déduit.

La longueur des textes ne les a pas rebutés, mais les a stimulés et obligés à utiliser un maximum de connaissances.

DEUX DIAMETRES PERPENDICULAIRES

Reconnaissance d'un programme de construction en 6ème

Cette fiche a été expérimentée en travaux de groupes de 4 élèves.

La démarche des élèves a été, globalement, de rechercher des indices précis.

Ainsi, l'énoncé 1) a été rejeté par tous, rejet qu'ils justifient par l'absence du point O.

Le mot "perpendiculaire" a bien été perçu comme important. Pourtant 80% vont rejeter l'énoncé 2) : *"on place d'abord A, B, C et D ; on n'a pas forcément de droites perpendiculaires"* : l'énoncé est lu pas à pas et non dans sa globalité. Le fait qu'une information fondamentale soit en fin de texte est très perturbant.

Dans la grande majorité des cas, leur choix s'est alors limité à l'énoncé 3) et l'énoncé 4).

Les $\frac{2}{3}$ optent pour le 3) en justifiant par la présence du mot *"perpendiculaires"*, $\frac{1}{3}$ optera pour le 4) car *"dans le 3), on ne parle pas de longueur"*.

Les élèves ne pensent pas à comparer les énoncés entre eux : ils examinent un énoncé, le rejettent ou non.

Ils n'ont pas au départ fait de figure. Certains s'y sont essayés lorsqu'ils étaient "coincés" : phénomène intéressant à étudier, lorsqu'ils placent, sur le cercle, A et B, ceux-ci sont systématiquement diamétralement opposés !! Et s'ils ajoutent C et D les deux diamètres sont perpendiculaires ! Nous n'avons observé aucune figure où les 4 points sont sur le cercle dans une position différente. De ce fait, toutes les figures obtenues sont identiques ! Le problème de la représentation des élèves et de leur référence à des figures familières est posé.

Nous avions alors envisagé de demander aux élèves d'une autre classe de construire les figures correspondant à chaque énoncé, sans donner la figure initiale, pour observer si effectivement, le même phénomène se produirait. Mais nous avons manqué de temps...

L'exercice s'est révélé être très complexe pour les élèves.

Ils ne "sentent" pas bien le problème, ne perçoivent pas nettement de différences entre ces énoncés, et leurs figures les confortent dans cette attitude.

L'objectif de la fiche est cependant bien atteint : apprentissage de la lecture d'un énoncé : la séance du suivi de fiche est axée sur la recherche des différences entre ces énoncés, sur la réalisation d'une figure appropriée à chacun, sans ajout de propriétés supplémentaires.

QUATRE ENONCES - SIX DEMONSTRATIONS

Voici quatre énoncés de problème et six démonstrations. Quelle(s) démonstration(s) correspond(ent) à quel énoncé ? Justifiez votre choix.

Enoncé 1 Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB], C un point de ce cercle tel que $\widehat{AOC} = 60°$.
La parallèle à (AB) passant par C recoupe le cercle $\mathscr{C}$ au point D.
Démontrer que OACD est un losange.

Enoncé 2 Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB], C un point de ce cercle tel que AC = AO.
La perpendiculaire à (OC) passant par A recoupe le cercle $\mathscr{C}$ au point D.
Démontrer que OACD est un losange.

Enoncé 3 Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB].
C et D sont deux points du cercle tel que le quadrilatère OACD soit un parallélogramme.
Démontrer que OACD est un losange.

Enoncé 4 Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de diamètre [AB], C un point de ce cercle tel que $\widehat{OAC} = 60°$.
La médiatrice de [CB] coupe au point D le demi-cercle de diamètre [AB] passant par C.
Démontrer que OACD est un losange.

DÉMONSTRATION A

Les points A et C sont sur le cercle $\mathscr{C}$ donc OA = OC.
Le triangle AOC est isocèle avec un angle AOC de 60°, donc c'est un triangle équilatéral donc AC = AO = OC.

Puisque $\vec{OD} = \vec{AC}$ alors ODCA est un parallélogramme et comme ce parallélogramme a deux côtés consécutifs [AC] et [OA] de même longueur alors c'est un losange.

Conclusion : OACD losange

DÉMONSTRATION B

- Les points A, C, D sont sur le cercle $\mathscr{C}$ donc OA = OC = OD.
  Mais AC = OA donc on a AC = AO = OC et le triangle ACO est équilatéral.
- Dans le triangle équilatéral AOC la hauteur (AD) est aussi la médiatrice de [OC].
- On a OA = OD donc O est sur la médiatrice de [AD] et comme (OC) est perpendiculaire à (AD) alors la droite (OC) est la médiatrice de [AD].
- Puisque les diagonales [OC] et [AD] sont médiatrices l'une de l'autre alors OACD est un losange.

Conclusion : OACD losange

DÉMONSTRATION C

Les points A, C et D sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O donc OA = OC = OD.
Le triangle OAC qui est isocèle, puisque OA = OC, et qui a un angle de 60° est équilatéral, donc AC = OA = OD.
Les points A, C, B sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB] donc le triangle ACB est rectangle en C et (CB) $\perp$ (AC).
La droite (OD) est la médiatrice de [CB] donc (OD) $\perp$ (CB).
Puisque (OD) $\perp$ (CB) et (CB) $\perp$ (AC) alors on a (OD) // (AC).
Le quadrilatère OACD qui a deux côtés opposés (AC) et (OD) parallèles et de même longueur est un parallélogramme ; de plus il a deux côtés consécutifs [AC] et [OA] de même longueur. C'est donc un losange.

Conclusion : OACD losange

DÉMONSTRATION D

Puisque les droites (AB) et (CD) sont parallèles, elles déterminent avec la sécante (OC) des angles alternes-internes égaux donc $\widehat{OCD} = \widehat{COA} = 60°$.
Les points A et C sont sur le cercle $\mathscr{C}$ donc OA = OC, donc le triangle AOC est un triangle isocèle et comme il a un angle de 60°, c'est un triangle équilatéral et on en déduit que AC = OC = OA.
D'autre part, C et D sont sur le cercle $\mathscr{C}$ et $\widehat{OCD} = 60°$ donc CD = OC = OD.
En conséquence, on a AC = CD = OD = OA, le quadrilatère OACD qui a 4 côtés de même longueur est un losange.

Conclusion : OACD losange

DÉMONSTRATION E

- Puisque OA = AC, le point A est sur la médiatrice de [OC].
- Comme (AD) est perpendiculaire à (OC) et que A est sur la médiatrice de [OC] alors (AD) est la médiatrice de [OC].
- D est sur la médiatrice de [OC] donc OD = DC.
  Mais D est sur le cercle $\mathscr{C}$ donc OD = OA
  d'où l'on obtient que OA = AC = OD = CD ; le quadrilatère OACD qui a les 4 côtés de la même longueur est un losange.

Conclusion : OACD losange

DÉMONSTRATION F

Les points A, C et D sont sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O donc OA = OC = OD.
Le quadrilatère OACD est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs [OA] et [OD] de même longueur ; donc c'est un losange.

Conclusion : OACD losange