

LES ROLES MULTIPLES DE LA FIGURE-CLE

Revenons sur les multiples rôles joués dans notre démarche par les figures-clés.

Faciliter la compréhension du contrat didactique

L'une des principales difficultés pour aborder la démonstration en Quatrième est de faire comprendre le changement du contrat didactique. L'élève doit désormais raisonner sur la figure et produire une démonstration qui exprime les étapes de ce raisonnement. Nous savons qu'il ne suffit pas d'exprimer clairement ce nouveau contrat pour que tous les élèves y souscrivent.

Dans la première étape de notre démarche, l'élève commence par un jeu de reconnaissance de sous-figures ; de même qu'on cherche, dans les images d'Épinal, le personnage caché, on cherche ici où se cache une figure-clé.

C'est avec un langage très simple que l'on fait comprendre les règles de ce jeu aux élèves. De plus comme il ne comporte pas d'étapes fastidieuses comme l'écriture, la plupart des élèves s'y engagent sans réticences.

Très vite, l'élève sent que le plaisir est d'avancer dans la solution du problème et que pour cela il lui faut les connaissances, c'est-à-dire les théorèmes associés aux figures-clés et en particulier leurs conclusions ; les figures associées aux théorèmes présentent ces conclusions de sorte qu'il est facile de savoir les codages que l'on peut légitimement ajouter à la figure. Pour mieux faire comprendre ce contrat nous utilisons des formulations variées : par exemple, à propos de la figure-clé on peut expliquer qu'il s'agit de la reconnaître comme sous-figure. Mais il peut être très utile d'ajouter des commentaires du genre : c'est une clé, elle peut ouvrir une porte (en référence au schéma associé à un théorème), mais cela ne suffit pas, il faut aussi faire la lumière (pour un élève qui, par exemple, conclut à un parallélogramme sans se servir de ses propriétés).

Enfin, quand vient le moment de rédiger, beaucoup d'élèves accompagnent leur texte des figures-clés utiles. Il est alors beaucoup plus facile pour l'enseignant de comprendre la démarche de l'élève et de l'aider à rendre son texte plus explicite ou plus structuré.

Faire des théorèmes un outil efficace

On constate que, dans les rédactions des premières démonstrations des élèves, l'une des insuffisances les plus persistantes concerne les énoncés des propriétés utilisées (cf. annexe 3 : *Des copies à ne pas rejeter*). Les élèves, conscients de cette difficulté, n'hésitent pas à dessiner dans la marge la figure-clé qui leur a servi, comme pour indiquer qu'ils ont bien vu la bonne propriété même s'ils ne sont pas capables de l'énoncer correctement.

En fait, nous pensons que les difficultés des élèves concernant la compréhension de l'organisation des énoncés de théorèmes ou de définitions sont plus importantes que celles concernant les démonstrations. Ces énoncés nous semblent, en effet, plus étrangers à la pratique langagière habituelle des élèves que les discours argumentatifs que sont, d'une certaine manière, les démonstrations. Nous pensons que ces énoncés ne prennent véritablement leur sens qu'à travers la résolution de problèmes.

Dans notre démarche, deux étapes vont être utiles pour surmonter cette difficulté :

- D'abord, on associe à l'énoncé une figure-clé et un schéma composé de deux figures qui soulignent l'existence de prémisses et d'une conclusion. Le théorème se transforme en un outil : on recherche une sous-figure qui est la figure-clé, on enrichit le codage à l'aide du schéma.

- Puis, au cours des résolutions successives de problèmes, de nombreux allers et retours se font entre figures-clés, énoncés de théorèmes, travail sur la figure et rédaction d'une démonstration. Ces allers et retours clarifient le sens de l'énoncé, font mieux saisir sa structure syntaxique et aident ainsi à l'écriture de nouveaux textes. Dans le cadre de ce jeu sur les figures, les théorèmes ne sont pas des énoncés que l'on place dans le texte en respectant des règles imposées par l'enseignant. Ils sont les outils qui permettent de travailler sur la figure. Cela explique en particulier que l'on n'observe pratiquement pas de confusion entre un théorème et sa réciproque.

Il nous semble tout à fait essentiel d'exiger, dans cette deuxième étape, l'énoncé de la propriété générale. Nous avons constaté, en effet, qu'un élève peut être capable d'écrire : « M est le milieu de [BC], (MN) est parallèle à (AC), donc N est le milieu de [AB] », tout en étant incapable d'écrire l'énoncé général : « *Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, elle passe par le milieu du troisième côté* ».

Dans la pratique les figures-clés deviennent très efficaces quand un élève lisant un énoncé de problème, trace la figure, code les données et, à mesure qu'il aperçoit des sous-figures qui sont des figures-clés, applique le théorème correspondant en ajoutant les codages adéquats. Quand il a fini de lire l'énoncé, il n'est pas rare que l'élève ait fait l'essentiel du travail de résolution. Nous favorisons cette démarche qui nous semble correspondre à ce que fait l'expert devant un problème de géométrie.

Des figures qui servent aux élèves

Pour beaucoup d'élèves en difficulté, l'échec dans la résolution d'un problème de géométrie est lié à l'angoisse d'être devant une tâche globale et complexe : découvrir le chemin qui fait passer des données à la conclusion contenue dans la question posée. On ne sait pas quoi faire de la figure. On observe fréquemment des élèves qui, à partir d'un énoncé de problème, construisent la figure et qui ne la regardent plus du tout au moment de répondre à une question du type « démontrer que ».

La recherche des figures-clés est un puissant moyen de faire disparaître ce stress : après un travail sur la mise au point de figures-clés et de schémas pour les énoncés concernés, coder la figure avec les données, puis extraire une sous-figure qui soit une figure-clé sont des tâches à la portée de tous. La recherche peut commencer sans qu'on ait une idée du lien entre les données et la question. Dès que l'on a repéré une figure-clé, un sentiment de réussite apparaît. Ce travail, qui concerne essentiellement la figure, organise dans l'esprit de l'élève les propriétés de celle-ci. La vision de la figure n'est plus simplement perceptive. Elle est d'une certaine manière discursive¹, même si un texte n'est pas encore écrit. Cela est d'autant plus flagrant que l'élève cherche des figures-clés à mesure qu'il ajoute des codages.

La recherche de figures-clés est également utile pour affiner la lecture d'une figure : elle apprend à « voir » un quadrilatère dont les côtés ne sont pas tracés, à voir des égalités de distances alors que les segments correspondants ne sont pas tracés, à voir la droite qui supporte un segment.

Elles restent des objets « transitionnels »

Raymond Duval dans [5] souligne le risque d'introduire « des apprentissages intermédiaires qui fassent perdre de vue ce pourquoi ils sont instaurés ». Il s'agit ici de ne pas subordonner à la maîtrise des figures-clés l'apprentissage de la résolution de problèmes de géométrie et de sa rédaction en termes de démonstration. Cette remarque est d'autant plus essentielle que l'on observe que les figures-clés ne sont peut-être pas une aide significative pour quelques élèves,

¹ Voir [3].

en particulier pour ceux qui privilégient naturellement une démarche qui part de la conclusion du problème pour remonter jusqu'aux données (cf. annexe 1 : *Partir de la conclusion*).

C'est pour cela que les figures-clés sont présentées comme une aide et comme un outil éventuel ; l'élève est associé à la mise au point de cet outil en particulier en réalisant des fiches qu'il complète lui-même. Une séance de cours peut être consacrée à réaliser ces fiches et à en discuter : on s'assure que ce sont bien les tracés minima qui figurent sur les figures-clés et que les figures-clés, les schémas et les énoncés sont associés de manière pertinente.

En revanche, les figures-clés ne sont pas présentées comme au centre de l'apprentissage. Peu d'activités sont proposées en vue d'en assurer la maîtrise. Aucun exercice de contrôle ne porte sur leur utilisation. Si un élève écrit sans y recourir ou s'il les utilise de manière non standard nous n'intervenons pas pour le remettre dans « le droit chemin ». Elles ne sont l'objet de travail qu'en début d'année ; elles sont associées ensuite aux propriétés pour lesquelles elles présentent un intérêt certain du point de vue des tracés minima (par exemple triangle rectangle et cercle circonscrit, médiane relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle etc.) Au moment de l'étude du théorème de Pythagore, nous estimons que la plupart des élèves maîtrisent suffisamment la démonstration et il est alors intéressant d'introduire de nouvelles connaissances comme le raisonnement par l'absurde, sachant que la démarche ici est plutôt de type calculatoire.

En cours d'année, elles sont encore utiles en remédiation, pour aider un élève qui a compris le contrat à corriger son texte ou à le compléter quand il y manque certains rappels de données ou des propriétés générales.